

Неравенства для биномиальных коэффициентов (ДЗ)

1. Какова может быть мощность множества непересекающихся букв (а) T (б) Γ на плоскости?
2. Найдите оценки и асимптотические выражения для величин $\binom{4n}{n}$.
3. Найдите оценки и асимптотические выражения для величин $\binom{kn}{n}$.
4. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \times 3 \times \dots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times \dots \times 2n}$.
5. Найдите асимптотику функции $\log \binom{n}{\sqrt{n}}$, то есть такую функцию $f(n)$, что $\log \binom{n}{\sqrt{n}} = (1 + o(1))f(n)$.
6. Представьте функцию $\binom{n}{\sqrt{n}}$ в виде $\frac{n^{\sqrt{n}}}{\sqrt{n}!} (e^c + o(1))$. Другими словами найдите c .
7. Если $k \leq \sqrt{n}$, то $\frac{n^k}{k!} \geq \binom{n}{k} \geq \frac{n^k}{4k!}$.
8. Вычислите $\binom{100}{10}$ и ошибитесь не более чем в 5 раз. Под вычислите имеется в виду представление $c \cdot 10^k$, где c, k - целые и $c < 10$. (если это вычислять очень грубо, то это приведет к оценки кол-ва операций которые нельзя выполнить на компьютере, а на самом деле столько кажется можно)