

Задание 11

12.05.2017

FL 37 Докажите, что каждая обыкновенная грамматика, генерирующая язык

$L = \{w_1 w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^*, w_1 = w_1^R, w_2 = w_2^R\}$, неоднозначна.

FL 38 Докажите, что для каждого МП-автомата A существует такой МП-автомат B , что $L(A) = L(B)$ и B имеет только два магазинных символа.

FL 39 Будем называть МП-автомат *ограниченным*, если при любом переходе он может увеличивать высоту магазина не более, чем на один символ. Иными словами, если $(p, \gamma) \in \delta(q, a, x)$, то $|\gamma| \leq 2$. Докажите, что для каждого МП-автомата существует эквивалентный ему ограниченный МП-автомат, распознающий тот же язык.

FL 40 Докажите, что если $L \subseteq \{a, b\}^*$ — регулярный язык, то $PERMUTE(L)$ контекстно-свободный.

Определение. Конъюнктивной грамматикой будем называть четвёрку $G = (\Sigma, N, R, S)$, где Σ — алфавит, N — множество нетерминальных символов, R — множество правил вывода, S — выделенный стартовый нетерминальный символ. Правила вывода могут иметь вид $A \rightarrow \alpha_1 \& \alpha_2 \& \dots \& \alpha_k$, где $A \in N$, $\alpha_i \in (\Sigma \cup N)^*$. Принадлежность строк $L(A)$ определим следующим образом: если для любого i выполнено $w \in L(\alpha_i)$, то $w \in L(A)$.

FL 41 Докажите, что следующие языки генерируются конъюнктивными грамматиками:

- b) $\{w c w \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- c) $\{b a^2 b a^4 b a^6 \dots b a^{2n} b \mid n \geq 0\}$
- d) $\{a^{4^n} \mid n \geq 0\}$
- e) $\{(w c)^{|w|} \mid w \in \{a, b\}^*\}$

Определение. Будем говорить, что язык L префиксно замкнут, если для каждого слова $w \in L$ все его префиксы лежат в L .

FL 42 Докажите, что если контекстно-свободный язык бесконечен и префиксно замкнут, то он содержит некоторый бесконечный регулярный язык.

FL 43 Покажите, что язык $\{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ или } j = k\}$ распознаётся некоторым МП-автоматом, но не распознаётся никаким детерминированным МП-автоматом.

Определение. Пусть некоторая детерминированная машина Тьюринга T на входе w останавливается за n шагов. Историей вычисления T на входе w называется строка

$$C_T(w) = w \# C_0 \# C_1 \# \dots \# C_{n-1} \$ C_n \# C_n^R \# C_{n-1}^R \dots \# C_1^R \# C_0^R,$$

где $C_i = C_i(T, w)$ — конфигурация машины после i шагов вычисления.

Языком всех принимающих вычислений (*the language of valid accepting computations*) машины T будем называть язык $VALC(T) = \{C_T(w) \mid w \in L(T)\}$

Известна следующая

Лемма. Для каждой машины Тьюринга T существует такая пара однозначных линейных грамматик G_1 и G_2 , что $L(G_1) \cap L(G_2) = VALC(T)$ и дополнения языков $L(G_1), L(G_2)$ также порождаются линейными грамматиками.

FL 44 Докажите, что следующие задачи неразрешимы:

- a) “Для данных двух линейных грамматик ответить, является ли пустым пересечение порождаемых ими языков”
- b) “Для данной линейной грамматики ответить, является ли она однозначной”
- c) “Для данной линейной грамматики ответить, порождает ли она множество всех возможных строк Σ^* ”
- d) “Для данных двух линейных грамматик ответить, порождают ли они один и тот же язык”

FL 45 Разрешимы ли следующие задачи:

- a) “Для данной обыкновенной грамматики ответить, конечно ли множество строк, для которых она задаёт более одного дерева разбора”
- b) “Для данных двух обыкновенных грамматик ответить, существует ли такое число $l \geq 0$, что каждая из двух грамматик порождает какую-то строку длины l ”