

**ВОПРОСЫ К КОЛЛОКВИУМУ ПО АЛГЕБРЕ.  
АКАДЕМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ, II СЕМЕСТР, ВЕСНА  
2017.**

1. Векторные пространства. Подпространства. Примеры.
2. Линейная комбинация. Линейная зависимость. Линейная оболочка. Базис. Размерность.
3. Базис. Эквивалентные определения базиса.
4. Теорема о существовании базиса
5. Лемма о замене. Равномощность базисов. Размерность.
6. Линейные отображения. Примеры. Алгебра  $\text{End}(V)$ .
7. Ядро линейного оператора. Теорема о гомоморфизме.
8. Факторпространство. Размерность факторпространства. Теорема о размерностях ядра и образа линейного отображения.
9. Прямая сумма векторных пространств (лемма 1 и лемма 2).
10. Прямая сумма векторных пространств. Внешняя и внутренняя прямые суммы. Формула Грассмана.
11. Матрицы. Операции над матрицами. Кольцо  $\text{Mat}(n, K)$ .
12. Классификация конечномерных векторных пространств. Пространство  $K^n$ .
13. Линейные операторы. Связь с матрицами. (Лемма 1, Лемма 2 и Следствие.)
14. Линейные операторы. Связь с матрицами. Матрица композиции операторов.
15. Линейные операторы. Матрица перехода и ее свойства.
16. Преобразование координат при замене базиса. Изменение матрицы оператора при замене базиса.
17. Решение системы линейных уравнений. Общий вид.
18. Решение линейной системы уравнений. Элементарные преобразования. Ступенчатая матрица. Метод Гаусса.
19. Ранг оператора. Ранг матрицы. (2 леммы, предложение и следствие.)

20. Ранг оператора. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
21. Ранг матрицы. Критерий обратимости квадратной матрицы (в терминах ранга).
22. Пространства полилинейных отображений. Симметрические и антисимметрические формы.
23. Формы объема. Определитель матрицы.
24. Формы объема. Лемма о том, что определитель матрицы является формой объема.
25. Теорема о формах объема.
26. Определитель линейного оператора. (и корректность определения.)
27. Элементарные свойства определителя.
28. Определитель блочно-диагональной матрицы.
29. Разложение определителя по столбцу (строке).