

# Полиномиальные алгоритмы для построения экспоненциальных. Конволюция подмножеств. (ДЗ)

14 октября 2017 г.

Пусть  $f : U \rightarrow \mathbf{Z}$ . Определим функцию  $f\zeta$  следующим равенством  $f\zeta(S) = \sum_{X \subseteq S} f(X)$ . Аналогично  $f\eta$  определяется равенством  $f\eta(S) = \sum_{X \subseteq S} (-1)^{S \setminus X} f(X)$

1. Постройте алгоритм для задачи MAX-2-SAT с временем работы  $2^{\frac{wn}{3}}$ , где  $n$  — количество переменных, а  $w$  — такое число, что умножение матриц можно посчитать за время  $n^w$ .
2. Решите задачу 4-TABLE SUM за  $O^*(2^{\frac{n}{2}})$  времени используя  $O^*(2^{\frac{n}{4}})$  памяти.
3. Пусть  $f : U \rightarrow \mathbf{Z}$ . Докажите, что  $f\zeta\eta = f$ .
4. Пусть  $f : U \rightarrow \mathbf{Z}$  и для любого  $S \subseteq U$  верно  $|f(S)| \leq M$ . Более того все значения  $f(S)$  можно вычислить одновременно затратив не более  $2^n \log(M) \text{poly}(n)$  времени. Покажите, что также одновременно все значения (для любого  $S \subseteq U$ )  $(f\eta)(S)$  можно вычислить за время  $2^n \log(M) \text{poly}(n)$ .
5. Покажите, что алгоритм построенный на занятии для задачи о доминирующем множестве на самом деле работает быстрее заявленного времени. Для этого рассмотрите другую меру для задачи SET COVER, в которой вес элемента/множества зависит от его встречаемости/мощности. На занятии был представлен анализ и сказано, что любое значение  $w_2 \in [0, 1)$  подходит. Покажите, что это не так и укажите оптимальное значение  $w_2$ .