

Домашнее задание.

1. Вычислите пределы:

А) (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x + c^x}{3} \right)^{\frac{1}{x}}, \quad a, b, c > 0;$

Б) (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[x]{\cos \sqrt{x}};$

В) (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+x \ln(1+x)}{1-x \arcsin x} \right)^{1/\sin^2 x};$

Г) (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi - 4 \operatorname{arctg} \frac{1}{1+x}}{x};$

Д) (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(1+5x+x^2) + \log_2(1-5x+2x^2)}{x^2};$

Е) (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{\cos 4x} - \sqrt[3]{\cos 5x}}{1 - \cos 3x};$

Ж) (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{a} \left[\frac{b}{x} \right];$

З) (1) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{(x^n - a^n) - na^{n-1}(x-a)}{(x-a)^2}, \quad n \in \mathbb{N}.$

2. (2) Дан равносторонний треугольник со стороной a . Из трех его высот строится новый равносторонний треугольник, и так n раз. Найдите предел суммы площадей всех треугольников при $n \rightarrow \infty$.

3. (2) Изучите поведение корней x_1 и x_2 квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, у которого коэффициент a стремится к нулю, а коэффициенты b и c постоянны, причем $b \neq 0$.

4. (2) Вычислите предел

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{\pi}{\cos x} - 2x \operatorname{tg} x \right)$$

и найдите $\delta(\varepsilon)$.

5. (2) Постройте график функции

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} (x+1) \operatorname{arctg} \frac{1}{x^{2n} + 1}.$$