

Домашняя работа №1 по комбинаторике

12 сентября 2012 г.

1. [1] Доказать, что в последовательности $7, 77, 777, 7777, \dots$ найдётся число, делящееся на 2013.
2. [2−] Имеется 20 различных натуральных чисел, меньших 70. Доказать, что среди попарных разностей этих чисел найдётся по меньшей мере 4 одинаковых.
3. [2] Внутри единичного куба расположены 100 точек. Доказать, что найдётся 4 точки, таких, что порождённый ими тетраэдр имеет объём не больше $\frac{1}{99}$.
4. [1+] Сколькими способами можно выбрать на шахматной доске белое и чёрное поля, не лежащие на одной горизонтали или вертикали?
5. [1] Сколько есть чисел от 0 до 999 999, в которых нет двух рядом стоящих одинаковых цифр?
6. [2−] Квадрат разделён на 16 одинаковых квадратов. Сколькими способами можно раскрасить их в белый, чёрный, красный и синий цвета так, чтобы в каждом горизонтальном и каждом вертикальном ряду были все четыре цвета?
7. [1−] Найти количество чисел от 1 до 10 000 000, в записи которых встречается единица.
8. [1] Переплётчик должен переплести 12 различных книг в красный, зелёный и коричневый переплёты. Сколькими способами он может это сделать, если в каждый цвет должна быть переплетена хотя бы одна книга?
9. [1+] Сколько чисел из первой тысячи не делится:
 - (a) ни на 2, ни на 7, ни на 11?
 - (b) ни на 6, ни на 10, ни на 15?