

**Задача.** Обозначим через  $F(n)$  количество разбиений  $n$ -множества без блоков единичной длины. Доказать, что

$$B(n) = F(n) + F(n + 1).$$

*Доказательство.* Рассмотрим произвольное разбиение  $n$ -множества. Если оно не содержит блоков единичной длины, то оно относится к разбиениям, подсчитываемым числами  $F(n)$ . Докажем, что остальные разбиения  $n$ -множества можно однозначно сопоставить разбиениям, подсчитываемым числами  $F(n + 1)$ . Так как у любого такого разбиения  $n$ -множества имеется один или несколько блоков единичной длины, то мы можем всегда превратить его в разбиение без единичных блоков  $(n + 1)$ -элементного множества, добавив  $(n + 1)$ -й элемент и перенеся в блок, содержащий этот элемент, все элементы, содержащиеся в блоках единичной длины. Обратное преобразование очевидно — любое разбиение  $(n + 1)$ -элементного множества на блоки размерами  $i > 1$  можно превратить в разбиение  $n$ -множества, поместив все числа, находящиеся в том же блоке, что и  $n + 1$ , в отдельные блоки единичной длины.