

1. Матрица A n -го порядка такова, что $A^m = 0$. Докажите, что ранг A не превосходит n/m .

2. Дана оператор A с матрицей

1 2 1 2
3 3 0 1
7 8 1 4
7 7 2 5

Опишите все операторы такие, что $\text{Im}(A) = \text{Ker}(B)$, $\text{Im}(B) = \text{Ker}(A)$

3. Дано пространство над полем комплексных чисел и оператор, переставляющий элементы некоторого его базиса по циклу. Найти все его собственные числа и собственные вектора а) в случае размерности 4 б) в общем случае

4. Оператор имеет матрицу

1 1 1
2 1 0
1 2 1

в базисе $(1,1,1)$ $(0,-1,3)$, $(0,0,1)$. Найти его матрицу в базисе $(1,1,1)$, $(2,-1,1)$, $(1,0,2)$

5. Оператор на 4-мерном пространстве таков, что некоторая его степень равна нулю и $A(1,0,1,1) = (1,-1,1,-1)$, $A(1,1,0,1) = (1,1,-1,-1)$, $A(1,1,1,0) = (1,-1,-1,1)$. а) Найти ранг A и наименьший обнуляющий показатель степени для A б) Найти ядро A