Домашнее задание №4

1. (1) Исследовать на локальные условные экстремумы функцию $u = x^2 + y^2 + z^2$, если $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ $(a > b > c > 0)$.

2. (1) Определить размеры конуса наибольшего объема при условии, что его боковая поверхность S равна 10 см^2.

3. (2) *Задача Гюйгенса:* между двумя положительными числами a и b вставить n чисел x_1, $x_2, \ldots, x_n$ так, чтобы величина дроби

$$u = \frac{x_1 x_2 \ldots x_n}{(a + x_1)(x_1 + x_2) \ldots (x_n + b)}$$

была наибольшей.

4. (2) Исследовать на локальные экстремумы функцию z от переменных x и y, неявно заданную уравнением

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2(x^2 + y^2 - z^2).$$

5. (3) Пусть $a, b, c \in \mathbb{R}$, причём $a + b + c > 0$. Докажите, что $a^3 + b^3 + c^3 \leqslant (a^2 + b^2 + c^2)^{3/2} + 3abc$.