Задание 5 (на 06.10).

$\boxed{\textbf{ML 23.}}$ Используя теорему Клини а) докажите, что существует алгоритм, который на всех входах выводит свой номер; б) докажите, что существует алгоритм, который на всех входах выводит квадрат своего номера.

$\boxed{\textbf{ML 24.}}$ Используя теорему Клини а) покажите, что существует алгоритм, который всюду останавливается и выдает 1 на числе, которое является квадратом его номера, а на всех остальных входах выдает ноль; б) докажите, что существуют два различных алгоритма $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$, что алгоритм $\mathcal{A}$ печатает $\sharp\mathcal{B}$, а алгоритм $\mathcal{B}$ печатает $\sharp\mathcal{A}$.

$\boxed{\textbf{ML 25.}}$ Докажите, что для любой вычислимой функции f в любой главной нумерации (главной универсальной функции) $V(n,x)$ существует бесконечное число номеров n, что для любого x выполнено, что $V(n,x) = f(x)$ (при чем $V(n,x)$ не определенно тогда и только тогда, когда $f(x)$ не определена).

$\boxed{\textbf{ML 26.}}$ Покажите, что существуют универсальная вычислимая функция, которая не является главной.

$\boxed{\textbf{ML 18.}}$ (простые множества Поста) Назовем множество *иммунным*, если оно бесконечно, но не содержит бесконечных перечислимых подмножеств. Перечислимое множество называется *простым*, если его дополнение иммунно. Докажите, что простые множества существуют.

$\boxed{\textbf{ML 21.}}$ Задача Поста состоит в следующем: есть доминошки n видов $\left[\frac{s_1}{t_1}\right], \left[\frac{s_n}{t_n}\right]$, s_i и t_i — конечные строки, есть неограниченный запас доминошек каждого вида, доминошки переворачивать нельзя. Требуется определить, можно ли составить несколько доминошек так, чтобы в верхней и нижней их половине читалась одна и та же строка, такие последовательности доминошек будем называть согласованными. Докажите, что задача Поста алгоритмически неразрешима.

$\boxed{\textbf{ML 22.}}$ В алфавите есть буквы R и S. Для каждого слова разрешается вычеркивать или дописывать в произвольные места подслова RRR и SS. Также можно заменять подслово SRS на RR и наоборот. Придумайте алгоритм, который по двум словам в этом алфавите проверит, можно ли по этим правилам одно получить из другого.