

Задание 2 (на 14.09).

ML 8. Докажите, что для каждой вычислимой функции f найдется псевдообратная вычислимая функция g . А именно, g определена на множестве значений f , и для всех x из области определения f выполняется $f(g(f(x))) = f(x)$.

ML 9. Существует ли алгоритм, проверяющий, работает ли данная программа полиномиальное время? (т.е. на каждом входе алгоритм делает не более $p(|x|)$ шагов, где p — полином, а x — вход алгоритма).

ML 10. Приведите пример числа такого числа $r \in \mathbb{R}$, что множество $\{q \in \mathbb{Q} \mid q \leq r\}$ не является перечислимым.

ML 4. Докажите, что всякое бесконечное перечислимое множество содержит бесконечное разрешимое подмножество.

ML 5. Приведите пример неразрешимого подмножества $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, такого что все его горизонтальные и вертикальные сечения (т.е. пересечения с $\mathbb{N} \times \{x\}$ и с $\{x\} \times \mathbb{N}$) разрешимы.

ML 6. Приведите пример множества, которое а) не является перечислимым б) кроме того и его дополнение тоже не является перечислимым.

ML 7. Докажите, что непустое множество натуральных чисел разрешимо тогда и только тогда, когда оно есть множество значений всюду определённой неубывающей вычислимой функции с натуральными аргументами и значениями.