

1. Найдите предел и $N(\varepsilon)$ для последовательности
 - (а) (1) $x_n = \frac{n^2 + \sqrt{n} \sin(n)}{n^2 + \cos(n^3)}$;
 - (б) (1) $x_n = \frac{\ln n}{\sqrt{n}}$;
 - (в) (1) $x_n = \frac{(n+1)(n+2)\dots(n+10)}{(n-1)(n-2)\dots(n-10)}$;
 - (г) (1) $x_n = n^{\frac{3}{2}}(\sqrt{n+1} + \sqrt{n-1} - 2\sqrt{n})$.
2. (а) (1) Докажите, что последовательность $\sin(n + 1/n)$ не имеет предела;
- (б) (2) Докажите, что последовательность $\sin(n^3)$ не имеет предела;
- (в) (3) При каких c последовательность $\sin(c \cdot 10^n)$ имеет предел?
3. (3) Последовательность чисел x_n такова, что $x_{n+1} - \frac{x_n}{2} \rightarrow 0$ при $n \rightarrow +\infty$. Докажите, что $x_n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow +\infty$.
4. (3) Последовательность x_n задана следующим образом: $x_0 = 1$, $x_1 = 2$ и $x_{n+1} = \sqrt[3]{x_n^2 x_{n-1}}$ при $n > 1$. Докажите, что последовательность x_n сходится и найдите ее предел.
5. (3) Последовательность положительных чисел a_n такова, что для любых m, n выполнено неравенство $a_{m+n} \leq a_n + a_m$. Докажите, что последовательность $\frac{a_n}{n}$ имеет предел.