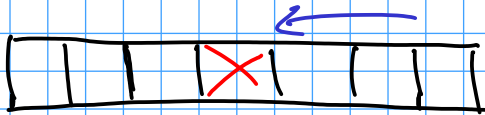


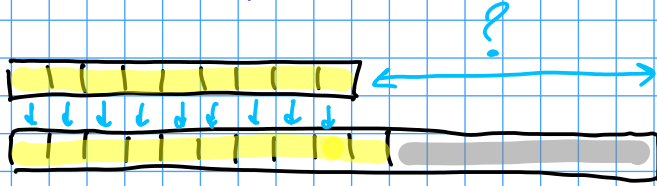
1. Массив



$O(1)$ $get(i)$
 $set(i, v)$

= Вектор

$O(n)$ $remove(i)$
 $insert(v)$



1. Увеличиваем массив на a элементов

$$a + 2a + 3a + \dots + n + O(n) = O(n^2) + O(n) = O(n^2)$$

2. Увеличиваем массив в k раз ($k > 1$)

$$1 + k + k^2 + k^3 + \dots + n + O(\log n) = O(n)$$

В среднем # операций
занимает $O(1)$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{S_n + S_1}{2} \cdot n \\ \frac{S_{n+1} - S_1}{k - 1} \end{array} \right.$$

• $k = 2$

$$n + \frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \dots = n \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2^k} \leq n \cdot 2 = O(n)$$

Оценка методом потенциалов
(— улитки стоимости)

$1 \dots n$ — номера операций

c_i — стоимость i -ой операции

φ_i — потенциал после i -ой операции

$$\varphi_n \geq \varphi_0$$

$$\equiv \hat{c}_i = c_i + \varphi_i - \varphi_{i-1} = c_i + \Delta \varphi_i$$

$$c_i = \hat{c}_i - \Delta \varphi_i$$

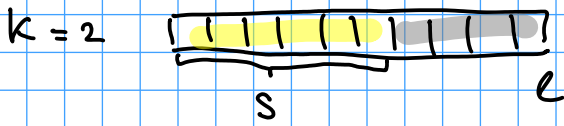
$$\rightarrow \sum_i c_i = \sum_i \hat{c}_i + \varphi_0 - \varphi_n = \sum_i \hat{c}_i - \Delta \varphi \geq \sum_i \hat{c}_i$$

$$c_i = O(n)$$

$$\sum_i c_i = O(n^2)$$

$$\hat{c}_i = O(1)$$

$$\sum c_i \leq \sum \hat{c}_i = O(n)$$



$$\varphi_i = 2s - l$$

$$\sum c_i = \sum \hat{c}_i + \varphi_0 - \varphi_n =$$

$$= 3n - 1 = O(n)$$

$$\varphi_0 = 2s - l = -1$$

$$\varphi_n = 2s - l \geq 0$$

$$s \geq l/2$$

$$\varphi_0 \geq \varphi_n$$

• \hat{c}_i - годадана $n-i$ в массиве
без сдвига

$$\hat{c}_i = c_i + (2s_i - l) - (2s_{i-1} - l) =$$

$$= 1 + 2(s_i - s_{i-1}) = 3$$

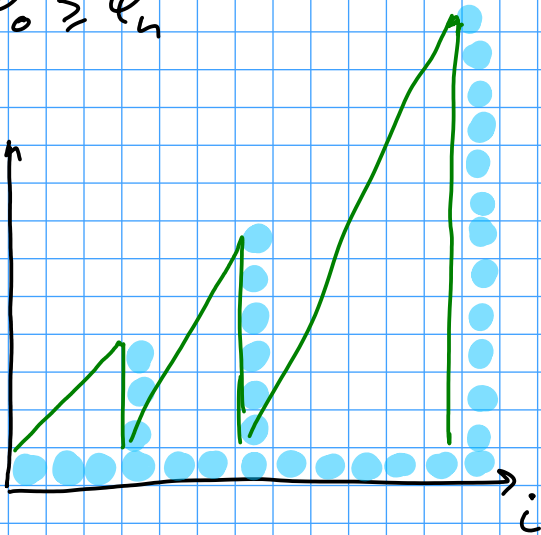
• \tilde{c}_i - i -е убывающее
число в 2-м ряду

$$\tilde{c}_i = c_i + (2s_i - 2l) - (2s_{i-1} - l) =$$

$$= s_i + 2 - l = s_{i+2} - s_{i-1} =$$

$$= 3$$

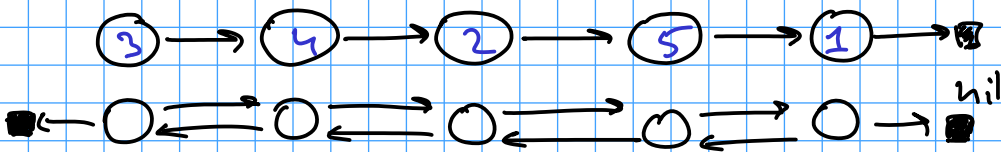
$$\forall i \quad \hat{c}_i = 3$$



● $\sim c_i$

— $\sim \varphi_i$

2. Сумма

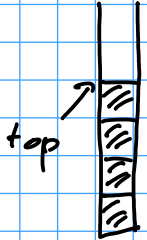


3. Абстрактные типы данных

Стек

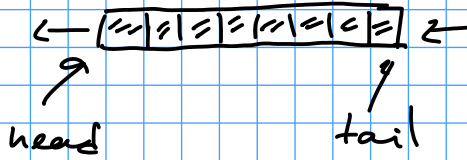
- push(v)
- pop()
- top()

LIFO



Очередь

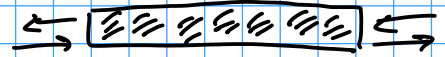
- enqueue(v)
- dequeue()



FIFO

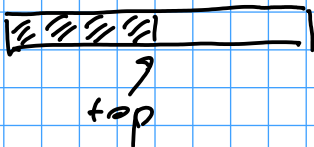
Дека

- push-front
- push-back
- pop-front
- pop-back



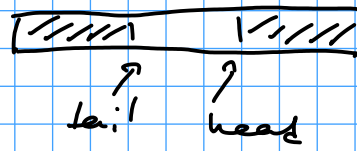
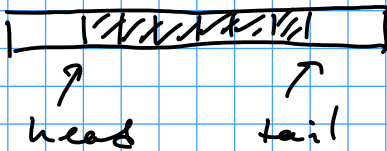
Реализация на массиве

- стек



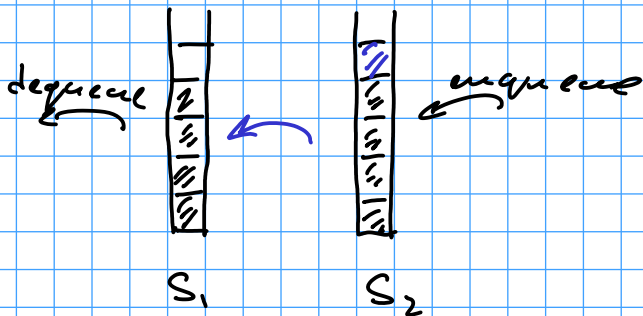
$O(1)$ push, pop, top

- очередь



$O(1)$

Реализация очереди на основе стеков



enqueue(v):
S₂.push(v)

dequeue():

if S₁.empty():

while not S₂.empty():

S₁.push(S₂.pop())

return S₁.pop()

$$\varphi_i = S_2.size()$$

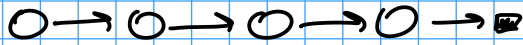
$$\hat{c}_i = c_i = 1$$

$$\hat{c}_i = c_i + \varphi_i - \varphi_{i-1} =$$

$$= k+1 + 0 - k = 1$$

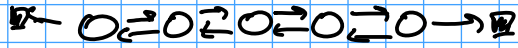
Реализация на списках:

- стек



↑
top

- очередь



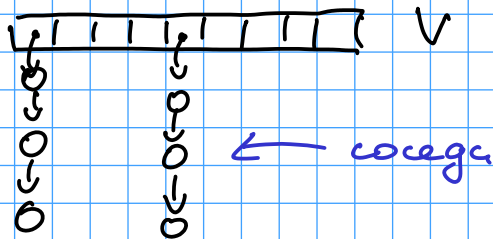
↑
tail

↑
head

4. Графы

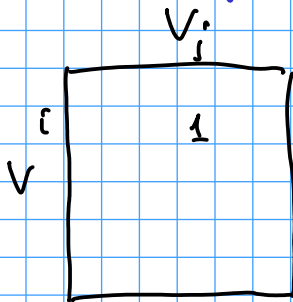
- Списки смежности

(V, E)



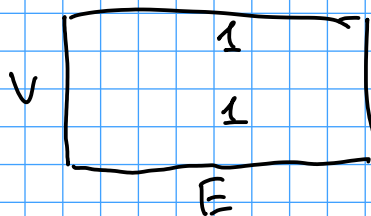
$$Space = O(\sum_{i \in E} |E_i|)$$

- Матрица смежности



$$Space = O(|V|^2)$$

- Матрица инцидентности

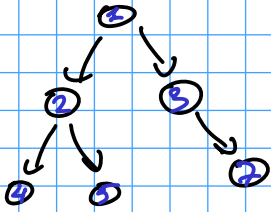


$$Space = O(|V| \cdot |E|)$$

5. Деревья

= корневые деревья (rooted tree)

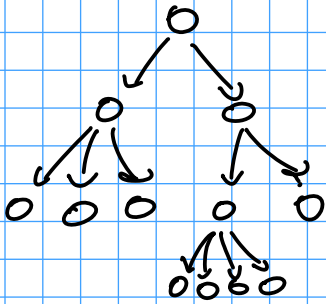
- бинарные, двоичные деревья



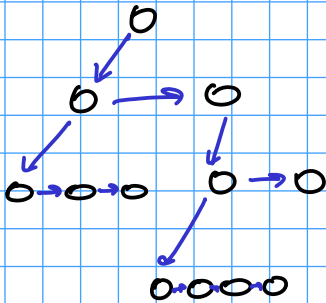
i

$2i$ $2i+1$

- деревья произвольной arity



- системы смежности



- левый ребенок - правый сосед