

Вероятностные алгоритмы. Вероятностные классы.

3 Апреля 2018

1. Докажите, что $P \subseteq RP \subseteq NP$.
2. Докажите, что $ZPP = RP \cap co-RP$.
3. Предположим в алгоритме для задачи о минимальном разрезе вместо выбора ребра мы выбираем произвольную пару вершин и объединяем их в одну вершину. Покажите, что существуют графы на которых такой алгоритм находит минимальный разрез с экспоненциально малой вероятностью.
4. Рассмотрим Монте Карло алгоритм A для задачи Π . Пусть математическое ожидание время работы алгоритма A равно $T(n)$ и вероятность выдать верный ответ $\gamma(n)$. Более того за время $t(n)$ мы можем проверить является ли выданное решение действительно решением для задачи Π . Покажите как получить Лас Вегас алгоритм, который всегда выдает верный алгоритм для задачи Π и матожидание его времени работы не превосходит $\frac{T(n)+t(n)}{\gamma(n)}$.
5. Пусть $0 < \epsilon_2 < \epsilon_1 < 1$. Рассмотрим алгоритм Монте Карло который выдает правильный ответ с вероятностью не меньше $1 - \epsilon_1$ независимо от входа. Сколько раз нужно независимо запустить алгоритм, чтобы вероятность верного ответа составила $1 - \epsilon_2$?
6. Есть n студентов живущие каждый в своей комнате в общежитии (кроме комнат студентов больше нет комнат). После коллоквиума по мат. анализу уставшие и уже ничего не соображающие студенты по одному заходят и засыпают в случайной комнате (в одной комнате может уснуть несколько студентов). Чему равняется мат. ожидание количества студентов уснувших в своей комнате?

7. Докажите, $RP \subseteq BPP \subseteq PP$.
8. Покажите, что $NP \subseteq PP \subseteq PSPACE$.