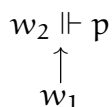


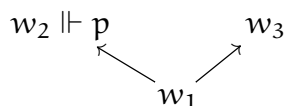
Курс: Математическая логика и теория вычислимости
 Практика 5,6. Интуиционистское исчисление высказываний;
 Логика предикатов

Интуиционистское исчисление высказываний

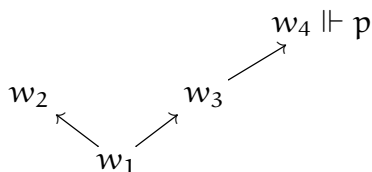
- ▶ В качестве контрмодели Крипке для $p \vee \neg p$ мы брали шкалу



Можно ли использовать для доказательства невыводимости формулы в ИИВ следующую шкалу?

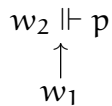


- ▶ В каких мирах шкалы Крипке



истинны формулы $\neg p$? $\neg\neg p$?

- ▶ В качестве контрмодели Крипке для $\neg\neg p \rightarrow p$ можно взять шкалу



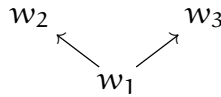
Покажите, что это действительно контрмодель.

- ▶ Покажите, что для контрмодели Крипке для закона $(\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow p \rightarrow q$ можно взять шкалу



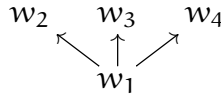
(истинные переменные в мирах задайте самостоятельно).

- Покажите, что для контрмодели Крипке для закона Де Моргана $\neg(p \wedge q) \rightarrow \neg p \vee \neg q$ можно взять шкалу



(истинные переменные в мирах задайте самостоятельно).

- Покажите, что эта шкала годится для формулы $(p \vee q \rightarrow p) \vee (p \vee q \rightarrow q)$.
- Покажите, что эта шкала (с другим набором истинных переменных) годится для формулы $(p \rightarrow q \vee r) \rightarrow (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$.
- (ДЗ) Покажите, что для контрмодели Крипке для формулы $(\neg p \rightarrow q \vee r) \rightarrow (\neg p \rightarrow q) \vee (\neg p \rightarrow r)$ можно взять шкалу



(истинные переменные в мирах задайте самостоятельно).

- (ДЗ) Постройте контрмодель Крипке для формулы

$$(p \rightarrow q) \rightarrow \neg p \vee q$$

- (ДЗ) Постройте контрмодель Крипке для закона Пирса

$$((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$$

Логика предикатов

► Определите, какие переменные являются связанными, а какие свободными в формулах:

$$\exists x \forall z \neg P(x, z) \wedge Q(y, z) \rightarrow \exists y \neg R(x, y)$$

$$\exists x \forall x P(F(x), x) \vee Q(x, F(x))$$

Что должна включать в себя сигнатура?

► Сигнатура теории упорядоченных множеств состоит из двух предикатных символов $=$ и \leq . Запишите аксиомы нестрогого порядка (рефлексивность, транзитивность, антисимметричность). Выразите в данной сигнатуре: свойство не иметь наибольшего элемента, свойство плотности (отсутствие соседних элементов).

► Для каждого из перечисленных выше свойств приведите интерпретации, в которых данное свойство (а) выполняется, (б) не выполняется. (Аксиомы при этом должны выполняться, то есть интерпретация должна быть моделью!)

► (ДЗ) В стандартной интерпретации языка элементарной арифметики выразите следующие свойства:

q есть частное от деления a на b ;

r есть остаток от деления a на b ;

s есть НОД a и b ;

t есть НОК a и b ;

a и b взаимно просты;

u является степенью тройки.

(Для сокращения записи пользуйтесь полученными ранее предикатами, введя для них вспомогательные символы.)