Локальная лемма Ловаса.

20 мая 2017 г.

1. В каждой клетке конечной ленты мы хотим написать число от 1 до N. При этом для каждой границы между клетками некоторые пары числе (l, r) запрещены, т.е. нельзя, чтобы слева от границы стояло l, а справа r. Докажите, что если для каждой границы доля запрещённых пар среди всех пар не больше $4/27$, то заполнение возможно.

2. Докажите аналогичный результат конструктивно и без использования локальной леммы Ловаса, если множество плохих пар имеет меру меньше $1/4$. (Это показывает, что в данной задаче локальная лемма Ловаса не даёт оптимального ответа.)

3. Пусть $\alpha < 1$ — некоторое положительное вещественное число. Тогда существует бесконечная последовательность нулей и единиц, в которой все подслова достаточно большой длины n имеют сложность не менее αn.