

# Класс NL.

20 Марта 2018

1. Покажите, что язык недвудольных графов логарифмически по памяти сводится к языку путей в **неориентированном** графе. То есть к языку

$\{(G, s, t) \mid G \text{ — неориентированный граф и существует путь из } s \text{ в } t\}$ .

**Подсказка:**

2.
  - Пусть у нас есть  $\log n + n$  входных битов. Определим функцию индексированного доступа следующим образом: первые  $\log n$  битов задают индекс входа который надо взять в качестве выхода. Постройте схему линейного размера для функции индексированного доступа. Переделайте ее в 3-КНФ формулу линейного размера (новые переменные можно использовать).
  - Покажите, что существует схема размера  $O(n)$ , которая принимает на вход  $\log n$  бит задающих число  $i$  и выдает  $n$  бит, все равные нулю, кроме  $i$ -го бита равного 1.
  - Покажите, что прибавление к числу 1 или  $-1$ , можно выполнить схемой линейного размера.
  - Покажите, что теперь мы можем построить КНФ формулу  $\phi$  такую, что ее размер  $O(S(n))$  и  $\phi(C, C') = 1$  iff из  $C$  за один шаг можно попасть в  $C'$ .
3. Покажите, что для любого  $k$  верно  $P \neq PSPACE(n^k)$ .

**Подсказка:** Добавьте мусора, то есть раздуйте вход, как это мы делали когда показывали, что из  $NP=P$  следует  $EXP=NEXP$ . И воспользуйтесь иерархией по памяти.

4. Покажите, что 2SAT лежит в NL.

5. Рассмотрим язык

$\{(G, s, t, d) \mid G \text{ — неориентированный граф, длина кратчайшего пути из } s \text{ в } t \text{ равна } d\}$ .

Назовем этот язык UPF. Покажите, что  $UPF \in NL$ . Более того докажите, что UPF является  $NL$ -полным.

**Подсказка:** Сведите PATH к UPF, для этого создайте  $n$  копий первоначального графа, ребрами соединяйте только  $i$  и  $i + 1$  копии графов.