

Дискретная вероятность. Случайные величины.

Рассмотрим лотерею “пять из тридцати шести”, победителем которой является человек, правильно угадавший пять из тридцати шести чисел $1, 2, \dots, 36$.

1. Рассматривается вероятностный эксперимент, заключающийся в бросании двух игральных кубиков. Мощность множества элементарных исходов в таком эксперименте равна 36, так как исходы вида “на первом кубике выпала единица, на втором — двойка” и “на первом кубике выпала двойка, на втором — единица”, считаются различными. Какова вероятность того, что сумма значений на кубике равна семи, если известно, что сумма — нечетная?
2. По статистике, 30% из общего количества студентов, которым читается данный курс, сдают экзамен с первой попытки и в срок, 50% с первой попытки его не сдают, но успевают пересдать экзамен в течение основной сессии, а оставшиеся 20% либо вовсе экзамен не сдают, либо сдают его в допсессию. Известно, что среди студентов первой группы 95% успешно заканчивают свое обучение в университете, среди студентов второй группы эта величина составляет 60%, а среди тех, кто в основную сессию данный курс не сдал, доля получивших в итоге диплом составляет 20%. Определить процент студентов, успешно защищающих диплом, по отношению к общему числу поступивших студентов.
3. Предположим, что тест на наркотики дает 99% истинно положительных результатов для людей, употребляющих наркотики, и 98.5% истинно отрицательных результатов для людей, наркотики не употребляющих. Предположим, что в мире существует 0,5% наркоманов. Предположим, что произвольно выбранный тест показал положительный результат на употребление наркотиков. Какова вероятность того, что человек, сдавший тест, действительно является наркоманом?
4. Предположим, что у нас имеются три монетки, две из которых правильные, а третья является несимметричной, вероятность выпадения орла у которой $p = 1/3$. Мы случайным образом выбираем из этих трех монеток одну и подбрасываем ее пять раз. В результате такого эксперимента у нас один раз выпадает орел и четыре раза решка. Какая монетка была выбрана с большей вероятностью — идеальная или несимметричная?

5. Построить случайную величину, имеющую конечное математическое ожидание и бесконечную дисперсию.
6. Игральная кость подбрасывается десять раз. Какова вероятность выпадения шестерки три раза подряд?
7. Предположим, что игральным картам присвоены следующие стоимости: туз имеет стоимость, равную одному доллару, двойка — 2 доллара, ..., десятка — 10 долларов, валет — 11, дама — 12, король — 13. Игрок вытягивает одну карту. В случае, если эта карта бубновой масти, игрок получает её стоимость. Если червовой, то её стоимость удваивается. Если карта чёрной масти, то игрок платит 10 долларов. Чему равно математическое ожидание выигрыша?
8. Вы участвуете в теннисном пари, для его выигрыша Вам нужно выиграть два матча подряд из трех, то есть выиграть хотя бы в первом и втором матче или во втором и третьем (можно во всех трех). Вашими соперниками является Рафаэль Надаль и 200-ая ракетка в городе. Какую последовательность матчей вы предпочтете Рафаэль Надаль, 200-ракетка города, Рафаэль Надаль или 200-я ракетка, Рафаэль Надаль, 200-я ракетка. Будем считать, что Вы можете выиграть и у Рафаэля Надаля и у 200-ой ракетки с ненулевой вероятностью, при этом шансы выиграть у 200-ой ракетки у Вас выше, чем обыграть Надаля.