

Задание 9

21.04.2017

FL 24 Докажите, что класс контекстно-свободных языков замкнут относительно операций:

d) $SHIFT(L)$.

FL 27 Докажите, что замыкание Клини унарного языка является регулярным языком.

Лемма. (*The pumping lemma for CF-grammars*)

Для каждого контекстно-свободного языка $L \subseteq \Sigma^*$ существует такая константа $p \geq 1$, что для любой строки $w \in L$, для которой $|w| \geq p$, существует разложение $w = xiyvz$, где $|iv| > 0$ и $|iyv| \leq p$, для которого $xi^i y v^i z \in L$ при всех $i \geq 0$.

FL 29 Докажите усиление леммы о накачке, утверждающее существование подобного разбиения с $|u| > 0, |v| > 0$.

FL 30 Докажите, что следующие языки не являются контекстно-свободными:

- a) $\{a^m b^n c^n \mid m, n \geq 0, m \neq n\}$
- c) $\{a^{k_1} b a^{k_2} b \dots a^{k_n} b \mid n \geq 1, 0 \leq k_1 \leq \dots \leq k_n\}$
- d) $\{w \mid w \in \{a, b, c\}^*, |w|_a \cdot |w|_b < |w|_c\}$
- e) $\{a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N}, n \mid m\}$

FL 31 Докажите, что класс контекстно-свободных языков не замкнут относительно операции

- c) $\frac{1}{2}L = \{u \mid u \in \Sigma^*, \exists v \in \Sigma^* : |u| = |v|, uv \in L\}$
- d) $SHUFFLE(L_1, L_2) = \{a_1 b_1 \dots a_n b_n \mid a_i, b_j \in \Sigma, a_1 \dots a_n \in L_1, b_1 \dots b_n \in L_2\}$

FL 32 Докажите следующую Лемму Огдена:

Лемма. Для каждого контекстно-свободного языка $L \subseteq \Sigma^*$ существует такая константа $p \geq 1$, что для любой строки $w \in L$, для которой $|w| \geq p$, и для любого множества $P \subseteq \{1, \dots, |w|\}, |P| \geq p$ выделенных позиций в w существует разложение $w = xiyvz$, для которого

- iv содержит хотя бы одну выделенную позицию,
- iyv содержит не более p выделенных позиций,
- $xi^i y v^i z \in L$ при всех $i \geq 0$.

FL 33 Пусть обыкновенная грамматика G в нормальной форме Хомского имеет k нетерминальных символов. Докажите, что если G генерирует некоторую строку w длины более 2^k , то G генерирует бесконечный язык.

Определение. *Линейной грамматикой называется обыкновенная грамматика, у которой каждое правило вывода содержит не более одного нетерминального символа в правой части.*

FL 34 Докажите следующую вариацию леммы о накачке для линейных языков:

Лемма. Для каждого языка $L \subseteq \Sigma^*$, порождаемого линейной грамматикой, существует такая константа $p \geq 1$, что для любой строки $w \in L$, для которой $|w| \geq p$, существует разложение $w = xiyvz$, где $|iv| > 0$ и $|xivy| \leq p$, для которого $xi^i y v^i z \in L$ при всех $i \geq 0$.

FL 35 Докажите, что язык Дика (правильных скобочных последовательностей) не порождается линейной грамматикой.

FL 36 Докажите, что класс языков, порождаемых линейными грамматиками, не замкнут относительно конкатенации.

FL 37 Докажите, что каждая обыкновенная грамматика, генерирующая язык $L = \{w_1 w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^*, w_1 = w_1^R, w_2 = w_2^R\}$, неоднозначна.