

1.1 (0,5 балла). В ящике лежат десять белых и двенадцать черных носков. Какое минимальное количество носков нужно вытащить, чтобы на выходе гарантированно получить пару носков одинакового цвета?

1.2 (1,5 балла). Какое максимальное количество королей можно поместить на шахматную доску (стандартного размера, 8×8) так, чтобы эти короли не били друг друга?

1.3 (1 балл). Сколько людей нужно выбрать из группы, состоящей из двадцати супружеских пар, чтобы в выборку гарантированно вошла хотя бы одна супружеская пара?

1.4 (1 балл). Сколько чисел нужно выбрать из последовательности

$$\{1, 2, 3, \dots, 2n\},$$

чтобы среди них гарантированно нашлась хотя бы одна пара чисел, сумма которых была бы равна $2n + 1$?

1.5 (1,5 балла). Доказать, что в любом $(n + 1)$ -элементном подмножестве множества первых $2n$ чисел обязательно найдутся по крайней мере два взаимно-простых числа.

1.6 (1,5 балла). Имеется девять положительных целых чисел, ни одно из которых не имеет простого делителя, большего, чем 5. Доказать, что среди этих чисел найдутся по крайней мере два числа, произведение которых представляет собой квадрат некоторого целого числа.

1.7 (2 балла). Доказать, что в любой выборке из 52 положительных целых чисел найдутся хотя бы два, у которых либо их сумма, либо их разность делится на 100.

1.8 (2 балла). Имеется произвольная последовательность a_1, \dots, a_n целых чисел, не обязательно различных. Доказать, что в такой последовательности обязательно найдется отрезок $a_{k+1}, a_{k+2}, \dots, a_l$, сумма элементов которого $\sum_{i=k+1}^l$ делится на n .

1.9 (2,5 балла). Футбольная команда за сезон отыграла 30 матчей и забила соперникам в совокупности 53 гола. Известно, что в каждой игре команда забивала хотя бы один гол. Доказать, что существует непрерывная последовательность игр, в течение которой команда забила ровно шесть голов. Останется ли утверждение верным в случае, если команда забьет не 53, а 60 голов?

1.10 (2 балла). Доказать, что в произвольном $(n + 2)$ -м подмножестве множества $\{1, 2, \dots, 3n\}$ чисел обязательно найдутся хотя бы два числа, разность которых строго больше n и строго меньше $2n$.

1.11 (1 балл). Сколько человек должно находиться в комнате, чтобы по крайней мере у троих из них день рождения был в одном месяце?

1.12 (1,5 балла). Десять студентов за одно занятие решили 35 задач. Известно, что среди студентов есть те, кто решил ровно одну задачу, ровно две задачи и ровно три задачи. Доказать, что среди десяти студентов найдется хотя бы один студент, решивший как минимум пять задач.

1.13 (1 балл). В ресторане имеется 14 столов и 170 стульев. Мы как-то расставляем стулья вокруг столов, а затем выбираем стол с максимальным количеством стульев за ним. Каково минимально возможное значение этого максимума?

1.14 (2 балла). Имеется 8 различных положительных целых чисел, меньших или равных 15. Доказать, что среди положительных попарных разностей этих чисел найдутся по крайней мере три одинаковых. Является ли верным похожее утверждение о том, что среди всех положительных попарных разностей положительных целых чисел, меньших или равных 7, найдутся по крайней мере две одинаковых?

1.15 (1 балл). Внутри равностороннего треугольника со стороной в один сантиметр расположено пять точек. Доказать, что расстояние между хотя бы двумя из них меньше 0.5 сантиметров.

1.16 (2 балла). Узлы бесконечной клетчатой бумаги покрашены в два цвета. Доказать, что существуют две горизонтальные и две вертикальные прямые, на пересечениях которых лежат точки, покрашенные в один и тот же цвет.

1.17 (1 балл). На плоскости нарисовано n попарно непараллельных прямых. Доказать, угол между по крайней мере двумя из этих прямых меньше или равен величине π/n .

1.18 (1 балл). Внутри единичного квадрата разбросано десять точек. Доказать, что существуют хотя бы две из них, которые расположены ближе, чем 0.48, и хотя бы три из них, которые покрываются кругом, радиус которого равен 0.5.

1.19 (1 балл). Внутри единичного куба расположены 100 точек. Доказать, что найдётся 4 точки, таких, что объём порождённого ими тетраэдра не превосходит $1/99$.