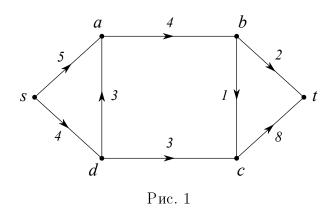
## Домашнее задание с 20.10.2017 на 10.11.2017

Для зачета по теме достаточно набрать 8 баллов.

- **1.1** (2 балла). Построить минимально возможный 3-связный граф G, в котором имеется пара несмежных вершин, соединенных между собой четырьмя попарно непересекающимися по внутренним вершинам путями.
- **1.2** (2 балла). Пусть G есть k-связный граф, диаметр которого равен d. Доказать, что количество n вершин в таком графе больше или равно k(d-1)+2. Для любого  $k\geqslant 1$  и  $d\geqslant 2$  построить k-связный граф, в котором это неравенство превращается в равенство.
- **1.3** (2 балла). Пусть G есть k-связный граф, а C и D есть два цикла в G максимальной длины. Для случаев k=2 и k=3 доказать, что C и D имеют по меньшей мере k общих вершин.
- **1.4** (1,5 балла). Пусть G есть 2k-связный граф, в котором имеется не более двух вершин нечетной степени. Доказать, что такой граф можно превратить в реберно k-связный орграф D, то есть что такой граф допускает реберно k-связную ориентацию.



**1.5** (1 балл). Для сети, изображенной на рис.1, определить минимальный реберный разрез, а также предъявить максимальный поток в этой сети.

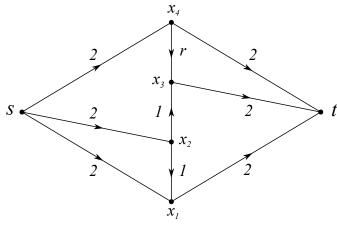


Рис. 2

- **1.6** (1 балл). Рассмотрим сеть, изображенную на рис.2. Величина пропускной способности ребра  $(x_4,x_3)$  равна  $r=(\sqrt{5}-1)/2$  и удовлетворяет уравнению вида  $r^2=1-r$ . Будем искать максимальный поток в этой сети алгоритмом Форда-Фалкерсона. В качестве первого увеличивающего поток пути возьмём путь  $(s,x_2,x_3,t)$ . Затем будем увеличивать поток вдоль путей в следующем порядке:  $p_1,p_2,p_1,p_3,p_1,p_2,p_1,p_3,\ldots$ , где  $p_1=(s,x_4,x_3,x_2,x_1,t),\,p_2=(s,x_2,x_3,x_4,t),\,p_3=(s,x_1,x_2,x_3,t)$ . Показать, что при стремлении количества n итераций к бесконечности величина потока не будет стремится к величине максимального потока в этой сети.
- 1.7 (1,5 балла). Для формирования ученого совета университета необходимо выбрать одного преподавателя от каждой из k университетских кафедр, k натуральное число, делящееся на три. Один и тот же преподаватель может быть приписан к одной или нескольких кафедр, но может быть выбран в ученый совет только от одной из них. На кафедре работают профессора, доценты и ассистенты. В ученый совет должно входить одинаковое количество преподавателей от каждой из этих трех групп. Описать алгоритм выбора преподавателей в ученый совет.