

Задание 7 (на 30.03).

СС 38. Рассмотрим задачу Max-3-SAT, в которой ко формуле в 3-КНФ необходимо найти максимальное число кловов, которые можно одновременно удовлетворить. Придумайте полиномиальный вероятностный алгоритм, который по 3-КНФ формуле “в среднем” (мат. ожидание) выдает $\frac{7}{8}$ приближение задачи Max-3-SAT.

СС 39. Придумайте “в среднем” (мат. ожидание) полиномиальный вероятностный алгоритм, который по 3-КНФ формуле выдает $\frac{7}{8}$ приближение задачи Max-3-SAT.

СС 40. Докажите, что если $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{BPP}$, то $\mathbf{NP} = \mathbf{RP}$.

СС 41. Пусть \mathbf{ZPP} — это класс языков, которые принимаются вероятностной машиной Тьюринга без ошибки, математическое ожидание времени работы которых полиномиально. Докажите, что:

- а) $L \in \mathbf{ZPP}$ тогда и только тогда, когда существует полиномиальная по времени вероятностная машина Тьюринга M , которая выдает $\{0, 1, ?\}$, что для всех $x \in \{0, 1\}^*$ с вероятностью 1, $M(x) \in \{L(x), ?\}$ и $\Pr[M(x) = ?] \leq \frac{1}{2}$;
- б) $\mathbf{ZPP} = \mathbf{RP} \cap \text{coRP}$.

СС 42. \mathbf{BPL} — это класс языков, для которых существует вероятностная машина Тьюринга M , которая использует логарифмическую память, останавливается при всех последовательностях случайных битов и для всех x выполняется, что $\Pr[M(x) = L(x)] \geq \frac{2}{3}$. Покажите, что $\mathbf{BPL} \subseteq \mathbf{P}$.

СС 43. (подсказка: понизьте ошибку) Докажите, что $\mathbf{MA} \subseteq \mathbf{AM}$.

СС 26. (подсказка: $\mathbf{NEXP}^{\mathbf{NP}}$ vs. \mathbf{NEXP}) Докажите, что если $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$, то существует язык из \mathbf{EXP} , схемная сложность которого не меньше $\frac{2^n}{10n}$.

СС 37. (подсказка: представьте формулу, как дерево и найдите “среднюю” вершину) Покажите, что язык можно разрешить булевой формулой размера s тогда и только тогда, когда этот язык можно разрешить булевой схемой глубина $O(\log(s))$.