

Домашнее задание 9. 07.11.14

1. Найдите пределы

а) $(0,5) \lim_{x \rightarrow 0} x^x$, б) $(0,5) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \operatorname{ctg} 2x \cdot \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} - x\right)$, в) $(0,5) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sin(\sqrt{x^2 - 1}) - \sin(\sqrt{x^2 + 1})$

Формула Тейлора для степенной функции:

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-(n-1))}{n!}x^n + o(x^n).$$

2. Разложите в ряд Тейлора в точке 0

а) $(0,25) \sqrt{1+x^2}$ с точностью до $o(x^4)$,

б) $(0,25) \sqrt[m]{a^m+x}$ и e^{a+x} до $o(x^2)$ ($a>0$).

в) $(0,25)$ Покажите, что $x^2 + 10(x-x^2)^6 + \sin(x^2) + \sin^2 x = o(x)$.

г) $(0,25)$ Покажите, что $o((2x-x^2)^3) = o(x^3)$, т.е. если $f(x) = o(2x-x^2)^3$, то $f(x) = o(x^3)$.

д) $(0,25)$ Разложите e^{2x-x^2} в ряд Тейлора до $o(x^2)$.

е) $(0,5)$ Найдите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x-x^2} - e^{2x+x^2}}{x^2}$.

ж) $(0,5)$ Найдите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{\cos 4x}}{x^2}$.

3. Выучить наизусть формулы Тейлора для e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$ (см. wikipedia или задачник Демидовича, стр. 151).