

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО АЛГЕБРЕ.
АКАДЕМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ, II СЕМЕСТР, ВЕСНА
2017.

1. Обратная матрица. Формулы Крамера. Минорный ранг матрицы.
2. Двойственное пространство. Двойственный базис. Канонический изоморфизм между V и V^{**} . Двойственное отображение.
3. Инвариантные подпространства.
4. Многочлены от операторов. Гомоморфизм $K[x] \rightarrow \text{End}(V)$. Минимальный многочлен оператора.
5. Ядро многочлена от оператора. Проекторы.
6. След линейного оператора. Собственные значения линейного оператора. Характеристический многочлен: корректность определения.
7. Спектр линейного оператора. Характеристический многочлен.
8. Теорема Гамильтона-Кэли.
9. Кратности собственных чисел линейного оператора.
10. Собственные подпространства линейного оператора.
11. Диагонализуемость линейного оператора.
12. Корневые подпространства линейного оператора. Пространства $\text{Ker}(a - \lambda \text{id})^j$. Теорема о разложении в прямую сумму корневых подпространств.
13. Высота вектора. Циклическое инвариантное подпространство.
14. Относительный базис. Теорема о разложении в прямую сумму циклических инвариантных подпространств.
15. Жорданов базис. Случай нильпотентного оператора и общий случай.
16. Значение многочлена от матрицы. Значение многочлена от жордановой клетки.
17. Норма вектора, норма оператора, сходимость.
18. Экспонента линейного оператора.
19. Кольцо многочленов. Лемма Гаусса. Критерий Эйзенштейна.
20. Конечные поля. Многочлены над конечным полем.

21. Алгоритм Берлекампа разложения многочлена на множители.
22. Пример неприводимого многочлена, приводимого по любому простому модулю.
23. Многочлены от многих переменных. Формальное и функциональное равенство многочленов над бесконечным полем.
24. Факториальность кольца многочленов над факториальным кольцом. Многочлены от нескольких переменных
25. Теорема Гильберта о базисе.
26. Базисы Гребнера. Эквивалентные определения.
27. Базисы Гребнера. Существование.
28. Базисы Гребнера. Алгоритм Бухбергера.
29. Приведенный базис Гребнера.
30. Симметрические многочлены. Выражение симметрических многочленов через элементарные симметрические.