

ML 16. Докажите, что $\mathbf{PH} \subseteq \mathbf{PSPACE}$.

ML 17. Докажите, что $\Sigma_i \subseteq \mathbf{NP}^{\Sigma_{i-1}}$.

ML 18. Приведите пример разрешимого языка из $\mathbf{P/poly}$, который не лежит в \mathbf{P} .

ML 19. Докажите, что $\mathbf{NTime}[n] \neq \mathbf{PSPACE}$.

Определение 1. Пусть A — класс языков. Класс $\mathbf{NP}^{A[k]}$ — класс языков, для которых существует полиномиальный недетерминированный алгоритм, который может обращаться к оракулу из класса A не более k раз.

ML 20. Пусть $L \in \mathbf{NP}^{\mathbf{NP}}$, докажите, что:

- а) $L \in \mathbf{NP}^{\mathbf{NP}^{[1]}}$ (подсказка: рассмотрите оракул SAT и «угадайте» ответы оракула);
- б) $\mathbf{NP}^{\mathbf{NP}} \subseteq \Sigma_2$.

ML 21. Докажите, что язык булевых формул с ровно одним выполняющим набором (USAT):

- а) \mathbf{coNP} -трудным;
- б) лежит в $\mathbf{P}^{\mathbf{NP}}$.

ML 22. Докажите, что язык $L = \{(\varphi, 1^k) \mid \text{функция, заданная формулой } \varphi, \text{ не может быть посчитана формулой размера } k\}$ лежит в \mathbf{PH} .

ML 4. Пусть функции $f, g : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$ можно посчитать с использованием $O(\log(n))$ памяти (память считается только на рабочих лентах, входная лента доступна только для чтения, а по выходной ленте головка машины Тьюринга движется только слева направо). Докажите, что функцию $f(g(x))$ можно также посчитать с использованием $O(\log(n))$ памяти.

ML 9. Докажите, что существует язык, для которого любой алгоритм, работающий время $O(n^2)$ решает его правильно на менее, чем на половине входов какой-то длины, но этот язык распознается алгоритмом, работающим время $O(n^3)$.

ML 10. Докажите, что:

- а) $\mathbf{DSpace}[n^2] \subsetneq \mathbf{DSpace}[n^3]$;
- б) $\mathbf{NSpace}[n^2] \subsetneq \mathbf{NSpace}[n^3]$.

ML 11. Унарным называется язык, все слова которого состоят из одного символа. Докажите, что если все унарные языки из \mathbf{NP} лежат в \mathbf{P} , то $\mathbf{EXP} = \mathbf{NEXP}$.

ML 13. Покажите, что:

- а) $\mathbf{P}^{\mathbf{P}} = \mathbf{P}$;
- б) язык GNI (пар неизоморфных графов) лежит в $\mathbf{P}^{\mathbf{NP}}$.

ML 14. Покажите, что:

- а) $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{NP} \cap \mathbf{coNP}$;
- б) $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{EXP}$.

ML 47. Пусть T — теория (множество замкнутых формул) следующего языка: $\{<, R, B\}$, где R (red) и B (blue) унарные предикаты. T содержит все аксиомы плотного линейного порядка без первого и последнего элемента, а также:

- $\forall xy \exists zw (x < z < w < y \wedge R(z) \wedge B(w))$;
- $\forall x (R(x) \vee B(x))$;
- $\forall x (R(x) \leftrightarrow \neg B(x))$.

Докажите, что любые интерпретации данной теории на счетном множестве изоморфны.

ML 52. Будет ли теория $\text{Th}((\mathbb{N}, <, =))$ конечно аксиоматизируемой.