

Домашнее задание

9.1 Classical c.i.

Так как контрольную работу решили не все решили хорошо, прикладываю несколько задач для самостоятельного решения. Их надо РЕШИТЬ, т.е. написать краткое решение и заслать мне. Лучше сделать это в \LaTeX , там формулы выглядят лучше, чем набранные неизвестно как в тексте.

Задача 1. Мы провели измерения 50 цветков ириса определенного сорта и хотим оценить среднюю длину листа. В результате измерений мы получили, выборочное среднее 5 при стандартном отклонении (исправленном) 0.3525. Построить 95%-й доверительный интервал для стандартного отклонения длины листа, считая распределение длины нормальным.

Задача 2. Пусть мы проводим некоторый эксперимент и нам известно, при использовании стандартной отклонение результатов (случайная ошибка) имеет стандартное отклонение 2.5мм. Мы собираемся провести несколько экспериментов независимо и осреднить результаты, чтобы повысить точность. Сколько надо провести измерений, чтобы полуширина доверительного интервала (погрешность) не превосходила 1мм. Доверительный уровень считать 95%.

9.2 Bootstrap

На паре я рассказал про параметрический и непараметрический бутстрап для построения доверительных интервалов.

Что я попрошу сделать. Во-первых, реализовать процедуру бутстрапа (параметрического и непараметрического) в виде отдельной функции (или класса, если любите ООП). Во-вторых, проверить ее, построив доверительные интервалы для среднего и для дисперсии в нормальной модели (в качестве базовых оценок использовать выборочное среднее и выборочную дисперсию). Полученные доверительные интервалы сравнить с точными, посчитанными по формулам в плане истинного уровня значимости и средней ширины.

После этого применить подход для оценивания д.и. для сдвига и масштаба обобщенного распределения Коши, определить истинный уровень значимости.

В обоих случаях длину выборки брать небольшую, 10 – 25 наблюдений. Можно фиксировать какое-то одно число, перебирать не надо.

Доверительный интервал строить basic или normal, при этом в каждом случае надо объяснить, почему выбран именно тот, а не другой (хинт: имеет смысл нарисовать оценку плотности для выборки из бутстрап оценок). Размер бутстрап-выборки возьмите $R = 999$.

Дополнительно: Используя бутстрап построить д.и. для оценки параметра $U[0, \theta]$, использовать исправленный максимум. Оценить истинный уровень значимости, сравнить с точным д.и., полученным разворачиванием квантилей.