

Задания

30 марта 2018 г.

1. Пусть \mathbf{C}' – некоторая полная подкатегория категории \mathbf{C} . Какие из следующих утверждений верны?
 - (a) Любой мономорфизм в \mathbf{C}' является мономорфизмом в \mathbf{C} .
 - (b) Любой морфизм в \mathbf{C}' , являющийся мономорфизмом в \mathbf{C} , является мономорфизмом в \mathbf{C}' .
 - (c) Если $X \in \text{Ob}(\mathbf{C}')$ – (ко)предел диаграммы $D : \mathbf{J} \rightarrow \mathbf{C}'$, то X – (ко)предел D в \mathbf{C} .
 - (d) Если диаграмма $D : \mathbf{J} \rightarrow \mathbf{C}'$ имеет (ко)предел в \mathbf{C} , то в \mathbf{C}' тоже существует (ко)предел D .
2. Пусть $F : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{D}$ – некоторый функтор. Какие из следующих утверждений верны? Как изменится ответ, если предположить, что F – эквивалентность категорий?
 - (a) Если $f : X \rightarrow Y$ – мономорфизм в \mathbf{C} , то $F(f)$ – мономорфизм в \mathbf{D} .
 - (b) Если X – (ко)предел диаграммы $D : \mathbf{J} \rightarrow \mathbf{C}$, то $F(X)$ – (ко)предел диаграммы $F \circ D : \mathbf{J} \rightarrow \mathbf{D}$.
3. Пусть \mathbf{Cat} – категория малых категорий. Ее объекты – это малые категории. Морфизмы в категории \mathbf{Cat} – это функторы между категориями.

Пусть \mathbf{Graph} – категория графов. Ее объекты – графы, то есть пары (V, E) , состоящие из множества вершин V и функции E , сопоставляющей каждой паре вершин $x, y \in V$ множество $E(x, y)$ ребер из x в y .

Морфизм графов (V, E) и (U, D) состоит из функции $f : V \rightarrow U$ и функции $f : E(x, y) \rightarrow D(f(x), f(y))$ для всех $x, y \in V$. Композиция и тождественные морфизмы определены очевидным образом.

Определите забывающий функтор из \mathbf{Cat} в \mathbf{Graph} . Докажите, что этот функтор строгий.