

**ВОПРОСЫ К КОЛЛОКВИУМУ ПО АЛГЕБРЕ.
АКАДЕМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ, I СЕМЕСТР, ОСЕНЬ
2016.**

1. Отношения. Классы эквивалентности.
2. Полугруппы, моноиды, группы. Определение и простейшие свойства, примеры.
3. Подгруппы. Подгруппа, порожденная множеством. Циклические подгруппы, порядок элемента.
4. Гомоморфизм групп, ядро и образ гомоморфизма.
5. Группа перестановок. Теорема Кэли.
6. Смежные классы, теорема Лагранжа.
7. Нормальные подгруппы, факторгруппы.
8. Нормальные подгруппы. Теорема о гомоморфизме.
9. Сопряжение элементов. Разбиение на классы сопряженности. Нормализатор. Мощность класса подмножеств, сопряженных с M .
10. Циклические группы. Теорема о строении циклической группы.
11. Циклические группы. теоремы о подгруппах циклической группы. Дискретный логарифм.
12. Прямое произведение групп. Разложение конечной циклической группы в прямое произведение
13. Свободные группы; конструкция и теорема о существовании и единственности несократимого слова в каждом классе слов.
14. Свободные группы; задание группы образующими и соотношениями, примеры.
15. Действия групп. Разбиение на орбиты. Стабилизаторы, неподвижные точки. Лемма Бернсайда.
16. Абелевы группы. Разложение периодической абелевой группы в прямую сумму примарных групп.
17. Абелевы группы. Представление абелевых групп в виде прямой суммы циклических (существование).

18. Абелевы группы. Единственность разложения абелевой группы в прямую сумму циклических.
19. Кольца. Определение, примеры, простейшие свойства.
20. Кольца. Делители нуля, нильпотентные элементы (определение, примеры). Область целостности.
21. Гомоморфизм колец. Простейшие свойства.
22. Кольца. Подкольца. Идеалы. Идеал, порожденный множеством. Главные идеалы.

Некоторые утверждения и формулировки, такие как, например, теоремы о строении произвольных абелевых групп, понятие характеристики кольца и некоторые факты о симметрической группе S_n формально не вошли ни в один вопрос. Тем не менее эти формулировки и определения знать требуется.