

## Неравенства для биномиальных коэффициентов

1. Какова мощность множества всех монотонных функций с действительными аргументами и значениями.
2. Найдите оценки и асимптотические выражения для величин  $\binom{2n}{n}$ ,  $\binom{3n}{n}$ ,  $\binom{4n}{n}$ .
3. Найдите оценки и асимптотические выражения для величин  $\binom{kn}{n}$ .
4. Вычислите произведение  $2 \times 4 \times \dots \times 2n$  с помощью формулы Стирлинга.
5. Вычислите произведение  $1 \times 3 \times \dots \times 2n - 1$  с помощью формулы Стирлинга.
6. Вычислите  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \times 3 \times \dots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times \dots \times 2n}$ .
7. Найдите асимптотику функции  $\log \left( \frac{n}{\sqrt{n}} \right)$ .
8. Докажите  $\left( \frac{n}{k} \right)^k \leq \binom{n}{k} \leq \frac{n^k}{k!} < \left( \frac{en}{k} \right)^k$ .
9. Если  $k \leq \sqrt{n}$ , то  $\frac{n^k}{k!} \geq \binom{n}{k} \geq \frac{n^k}{4k!}$ .
10. Вычислите  $\binom{100}{10}$  и ошибитесь не более чем в 5 раз. Под вычислите имеется в виду представление  $c \cdot 10^k$ , где  $c, k$ - целые и  $c < 10$ . (если это вычислять очень грубо, то это приведет к оценки кол-ва операций которые нельзя выполнить на компьютере, а на самом деле столько кажется можно)