

Treewidth IV

1. Пусть G — хордальный граф, а C клика в нем. Покажите, что существует perfect elimination scheme/ordering заканчивающаяся вершинами из C .
2. Если дано древесное разложение ширины k постройте алгоритм с временем работы $k^{O(k)} \text{poly}(n)$ для задачи Feedback vertex set.
3. Если дано древесное разложение ширины k постройте алгоритм с временем работы $k^{O(k)} \text{poly}(n)$ для задачи Chromatic number.
4. Если дано древесное разложение ширины k постройте алгоритм с временем работы $k^{O(k)} \text{poly}(n)$ для задачи Connected Vertex Set.
5. Пусть $tw(G) = k$ и $n \geq r \geq k + 1$. Докажите, что существует такое $W \subset V$, что:
 - $|W| = r$
 - Все компоненты связности графа $G \setminus W$ содержат не более $(|V| - r + 1)/2$ вершин.
 - $tw(G) = \max\{TWR(\emptyset, V \setminus W), TWR(V \setminus W, W)\}$
6. Покажите, как найти $tw(G)$ за время быстрее c^n ($c < 4$) и полиномиальную память, если известно, что $tw(G) \leq 0.25n$.

Treewidth IV

1. Пусть G — хордальный граф, а C клика в нем. Покажите, что существует perfect elimination scheme/ordering заканчивающаяся вершинами из C .
2. Докажите, что множество вершин любого минимального сепаратора не совпадает ни с каким множеством вершин максимальной потенциальной клики.
Hint: Покажите, что если в клика содержит сепаратор, то в клики есть хотя бы еще одна вершина.
3. Если дано древесное разложение ширины k постройте алгоритм с временем работы $k^{O(k)}poly(n)$ для задачи Feedback vertex set(удалить наименьшее число вершин, чтобы получился лес).
4. Если дано древесное разложение ширины k постройте алгоритм с временем работы $k^{O(k)}poly(n)$ для задачи Chromatic number(минимальное число необходимое для правильной раскраски).
5. Если дано древесное разложение ширины k постройте алгоритм с временем работы $k^{O(k)}poly(n)$ для задачи Connected Vertex Cover(наименьшее связное множество вершин являющаяся также вершинным покрытием).
6. Пусть $tw(G) = k$ и $n \geq r \geq k + 1$. Докажите, что существует такое $W \subset V$, что:
 - $|W| = r$
 - Все компоненты связности графа $G \setminus W$ содержат не более $(|V| - r + 1)/2$ вершин.
 - $tw(G) = \max\{TWR(\emptyset, V \setminus W), TWR(V \setminus W, W)\}$
7. Покажите, как найти $tw(G)$ за время быстрее c^n ($c < 4$) и полиномиальную память, если известно, что $tw(G) \leq 0.25n$.