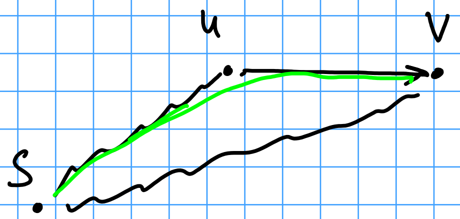
Релаксация

Update((u, v)):

$$dist[v] = \min(dist[v],\ dist[u] + d(u,v))$$



Беллмана-Форда

for $v \in V$:

  $dist[v] = \infty$

$dist[S] = 0$

Repeat $|V| - 1$ times:

  for $e \in E$:

    Update(e)

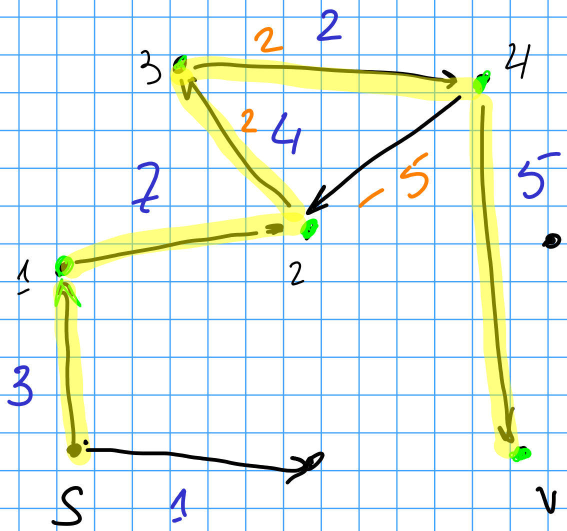
for $e \in E$:

  Update(e)

if dist changed:

  negative cycles

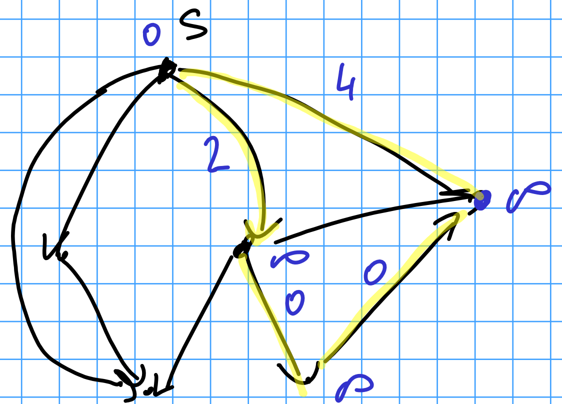
$O(V \cdot E)$



3, 7, 4, 2, 5

1	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8...
2	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8...
3	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8...
4	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8...
5	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

Кратч. Пути в DAG:



$O(V \cdot E)$

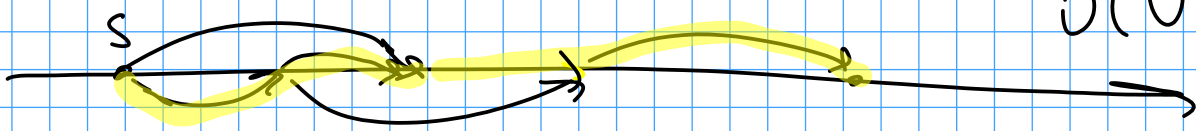
(Белман-Форд)

Топ. сорт.

for $e \in E$:

update(e)

$O(V+E)$



„Жадные" алгоритмы:

Задача о выборе заявок:

Заявка: $[s, t)$, label

$[10{:}00, 11{:}30)$, лекция по алг.

$[9{:}00, 18{:}00)$, конф. по нанотехн.

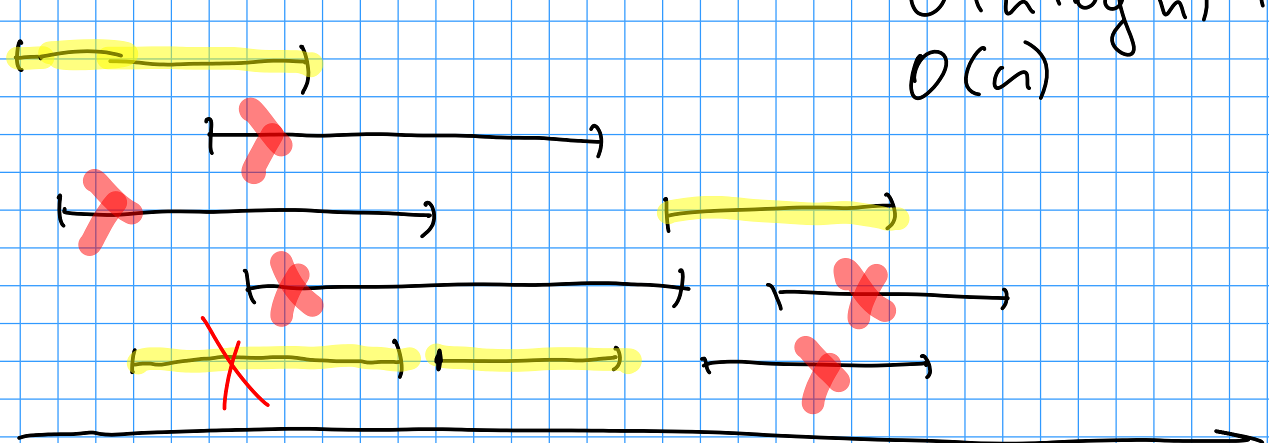
$[12{:}00, 13{:}30)$, практика по алг.

$\vdots$

≡ Две заявки совместимы $\Leftrightarrow$ их интервалы не пересекаются.

Задача: max. подмножество совместимых заявок.

$O(n \log n) + O(n)$



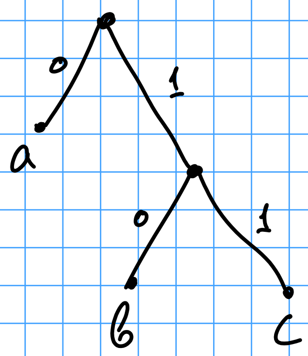
Код Хаффмена

Префиксный код.

$a \to 0$

$b \to 10$

$c \to 11$

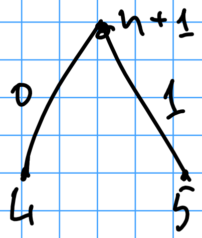


		f_i	d_i
1	a	10000	1
2	b	2500	2
3	c	5000	2

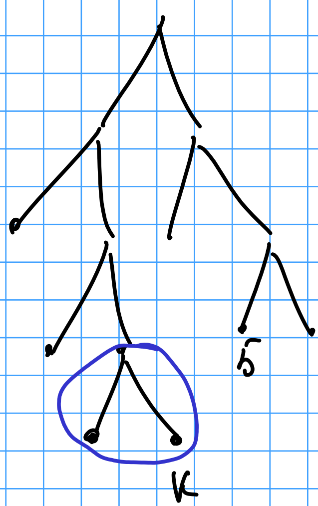
$O(n \log n)$

$$\boxed{\sum f_i \cdot d_i \to \min}$$

$f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_4 \quad f_5 \quad f_6 \quad \dots \quad f_n$



$f_{n+1} = f_4 + f_5$



$f_k \geq f_5$

$f_k \cdot (d-1) + f_5 \cdot d$

$f_k \cdot d + f_5 \cdot (d-1)$

$f_k - f_5 \geq 0$

Задача о покрытии множествами

Set Cover

Множество U, $|U| = n$

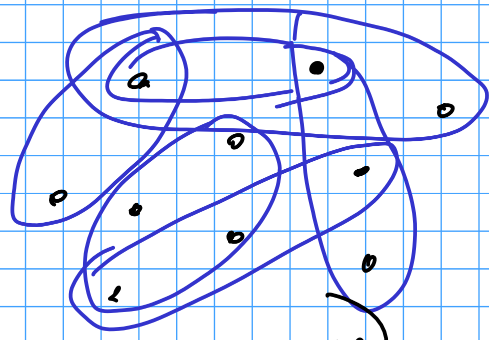
Множества $S_1, S_2, \ldots, S_k$

$$\bigcup_i S_i = U$$

Задача:

Min набор $\mathcal{S} = \{S_i\}$:

$$\bigcup_{S_i \in \mathcal{S}} S_i = U$$



$O(k \cdot n \cdot \log n)$

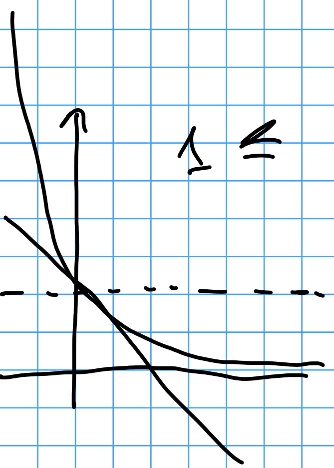
На $\forall$ шаге выбир. мн-во, покр. макс.

n_0 – всего эл-ов в U

$$n_{i+1} \leq n_i\left(1 - \frac{1}{k_{opt}}\right)$$, k_{opt} – разм. опт. покрытия

Т.к. есть хотя бы одно мн-во покр. $\geq \frac{n}{k_{opt}}$ точек.

$$1 \leq n_t \leq n_0 \cdot \left(1 - \frac{1}{k_{opt}}\right)^t \leq n_0 \cdot e^{-t/k_{opt}}$$



$$1 - x \leq e^{-x}$$

$$n_0 \geq e^{t/k}$$

$$\ln n \geq t/k \qquad t \leq \ln n \cdot k_{opt}$$