

### Задание 3 (на 02.03).

**СС 17.** Докажите, что если язык  $A$  сводится за полиномиальное время по Тьюрингу (оракульно) к  $B \in \Sigma_i^P$ , то  $A \in \Sigma_{i+1}^P$ .

**PSPACE** — класс языков, разрешимых на ДМТ с использованием полиномиальной памяти.

**СС 18.** Докажите, что  $\mathbf{PH} \subseteq \mathbf{PSPACE}$ .

**СС 19.** Пусть  $\mathbf{P}^A = \mathbf{NP}^A$ . Докажите, что  $\mathbf{PH}^A = \mathbf{P}^A$ .

$\mathbf{DTime}[f(n)]$  ( $\mathbf{NTime}[f(n)]$ ) — класс языков, разрешимых на ДМТ(НМТ) за  $O(f(n))$  шагов на словах длины  $n$ .

**СС 20.** Постройте примеры полных задач относительно сведений по Карпу в классах:

- а)  $\mathbf{EXP}, \mathbf{NEXP}$ ;
- б)  $\mathbf{NE} = \bigcup_{c>0} \mathbf{NTime}[2^{cn}]$ .

**СС 21.** (подсказка: вспомните задачу  $\mathbf{P} = \mathbf{NP} \Rightarrow \mathbf{EXP} = \mathbf{NEXP}$ ) Пусть  $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{DTime}[n^{\log(n)}]$ , докажите, что  $\mathbf{PH} \subseteq \bigcup_k \mathbf{DTime}[n^{\log^k(n)}]$ .

**СС 22.** Докажите, что существует такой язык  $L$ , что  $\mathbf{P}^L = \mathbf{NP}^L$ .

---

**СС 10.** Докажите, что:

- а) что число  $n$  простое тогда и только тогда, когда для каждого простого делителя  $q$  числа  $n - 1$  существует  $a \in 2, 3, \dots, n - 1$  при котором  $a^{n-1} = 1 \pmod n$ , а  $a^{\frac{n-1}{q}} \neq 1 \pmod n$ ;
- б) язык простых чисел лежит в  $\mathbf{NP}$ .

**СС 16.** (подсказка: вспомните прошлый семестр, подсказка: а можно ли придумать язык, чтобы обмануть конкретный алгоритм) Докажите, что  $\mathbf{P} \neq \mathbf{EXP}$ .