

## Практика 6. Динамическое программирование

1. Посчитать число последовательностей нулей и единиц длины  $n$ , в которых не встречаются две идущие подряд единицы за  $O(n)$ .
2. Найти количество  $2n$ -значных счастливых билетов за  $O(n^2)$

### Домашнее задание

#### Обязательная часть

Дедлайн: 14 октября, 13:59

1. Строка является палиндромом, если она читается одинаково как слева направо, так и справа налево. Дана строка  $s$  длины  $n$ , требуется посчитать число пар чисел  $l, r$  ( $1 \leq l \leq r \leq n$ ), таких что строка  $s_l \dots s_r$  является палиндромом. Задачу требуется решить за  $O(n^2)$ .
2. Строка является палиндромом, если она читается одинаково как слева направо, так и справа налево. Требуется разбить строку  $s$  длины  $n$  на минимальное число палиндромов за  $O(n^2)$  при условии, что для каждой подстроки  $s_l \dots s_r$  мы умеем за  $O(1)$  определять является ли она палиндромом или нет.
3. Имеется калькулятор, который поддерживает три операции:
  - Прибавить к числу  $X$  единицу.
  - Умножить число  $X$  на 2.
  - Умножить число  $X$  на 3.

Определите, какое наименьшее число операций необходимо для того, чтобы получить из числа 1 заданное число  $N$ . Задачу требуется решить за  $O(N)$ .

4. Назовем последовательность целых чисел пилообразной, если каждый ее элемент либо строго больше, либо строго меньше своих соседей. Дана последовательность из  $n$  целых чисел, требуется найти длину самой длинной пилообразной подпоследовательности за  $O(n^2)$ .
5. По данным натуральным  $n$  и  $k$  определите количество последовательностей длины  $n$ , состоящих из 0 и 1, не содержащих  $k$  единиц подряд.
  - (a) за  $O(nk)$
  - (b) за  $O(n)$