

9 ноября 2017

1. Опишите диагональный обход $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ при помощи многочлена.
2. Докажите, что любое семейство непересекающихся интервалов на прямой конечно или счётно.
3. Докажите, что любое множество непересекающихся восьмёрок на плоскости конечно или счётно. (Восьмёрка — объединение двух внешне образом касающихся окружностей любых размеров.)
4. Докажите, что множество точек разрыва неубывающей функции действительного аргумента конечно или счётно.
5. Постройте явную биекцию между
 - $[0, 1)$ и $[0, 1]$;
 - $[0, 1] \cup [2, 3] \cup [4, 5] \dots$ и $[0, 1]$
6. Докажите,
 - что если квадрат разбит на два множества, то хотя бы одно из них равномощно квадрату;
 - что если отрезок разбит на два множества, то хотя бы одно из них равномощно отрезку.
7. Покажите, что для всякого несчётного множества $A \subset \mathbb{R}$ можно указать точку a , любая окрестность которой пересекается с A по несчётному множеству.
8. Из плоскости выбросили произвольное счётное множество точек. Докажите, что оставшаяся часть плоскости линейно связна и, более того, любые две невыброшенные точки можно соединить двухзвенной ломаной, не задевающей выброшенных точек.
9. Докажите, что $n < 2^n$ для натуральных $n = 0, 1, 2, \dots$