

Подграфы. Операции на графах. Изоморфизм графов. (ДЗ)

25 марта 2017 г.

1. Доказать, что любой связный граф, все степени вершин которого четны, не имеет мостов
2. Доказать, что любой 3-регулярный граф G имеет точку сочленения тогда и только тогда, когда в нем содержится мост.
3. Доказать, что максимальное количество ребер в простом двудольном графе на n вершинах не превосходит $n^2/4$ в случае, когда число вершин четно, и $(n^2 - 1)/4$ в случае, когда это число нечетно.
4. Пусть G есть простой граф без треугольников, то есть граф, не содержащий K_3 в качестве своего индуцированного цикла. Показать, что максимальное количество ребер в таком графе не превосходит $n^2/4$. [Указание: покажите, что для любого ребра uv , выполнено $\deg(u) + \deg(v) \leq n$.]
5. Сколько существует различных непомеченных связных графов, построенных на четырех вершинах? Постройте все эти графы. Для каждого из этих графов опишите группу автоморфизмов соответствующего помеченного графа G_i , $i = 1, \dots, 6$, а также подсчитайте количество графов, изоморфных G_i .
6. Привести пример простого графа на 6 вершинах, группа автоморфизмов которого тривиальна.
7. Граф G называется самодополненным (self-complementary), если он изоморфен своему дополнению \bar{G} . Привести примеры самодополненных графов, построенных на четырех и пяти вершинах.
8. Описать все графы на n вершинах, для которых любая n -перестановка является автоморфизмом.

9. Найти граф, не изоморфный циклу C_4 , группа автоморфизмов которого совпадает с группой $Aut(C_4)$ автоморфизма графа C_4 .
10. Доказать, что самодополненный граф G , построенный на n вершинах, существует тогда и только тогда, когда n или $n - 1$ делится на 4.