

Дискретная вероятность. Случайные величины.

Рассмотрим лотерею “пять из тридцати шести”, победителем которой является человек, правильно угадавший пять из тридцати шести чисел $1, 2, \dots, 36$.

1. Вычислить вероятность того, что при игре в лотерею “пять из тридцати шести” в произвольно выбранном наборе из пяти чисел хотя бы одно будет правильным.
2. Вычислить вероятность угадывания ровно трех из правильных пяти номеров в лотерее “пять из тридцати шести”.
3. Три студента решают независимо друг от друга одну и ту же задачу. Вероятности решения студентами этой задачи равны, соответственно, 0.8 , 0.7 и 0.6 . Найти вероятность того, что хотя бы один из них решит задачу.
4. Рассмотрим произвольную перестановку трех элементов вида $p = p_1 p_2 p_3$. Обозначим через A событие, состоящее в том, что $p_1 > p_2$, а через B — событие, заключающееся в том, что $p_2 > p_3$. Являются ли эти события независимыми?
5. Из двух мешков для лото, содержащих бочонки с числами от 1 до 90, достают по бочонку. Зависимы ли события A и B , если A есть выпадение чётной суммы, B — выпадение суммы, большей 140?
6. Монету подбрасывают три раза. Нам не показывают результат, но говорят, что решка выпала хотя бы один раз. Какова вероятность того, что решка выпала все три раза?
7. Колесо рулетки в равномерно расположенных ячейках имеет числа от 0 до 36. Ячейки с чётными номерами в диапазоне от 2 до 36 окрашены в черный цвет, ячейки с нечетными номерами в диапазоне от 1 до 36 окрашены в красный цвет. Игрок платит доллар и выбирает цвет. Если игрок выигрывает, то он получает два доллара, если проигрывает, то не получает ничего. Есть подозрение, что в среднем игрок проигрывает казино какую-то сумму, а казино соответствующую сумму выигрывает. Подсчитайте величину среднего проигрыша игрока.
8. Восемь шаров, пронумерованных числами $0, 1, 1, 2, 2, 2, 5$ и 10 соответственно, помещены в урну. Игрок вытягивает три из них и получает выигрыш в сумме, равной сумме чисел на трех шарах. Каково математическое ожидание выигрыша в такой игре?

9. Верно ли, что если ξ и η — независимые случайные величины, то таковыми являются также $f(\xi)$ и $g(\eta)$, где f и g — произвольные функции?
10. Из десяти стрелков пять попадают в цель с вероятностью, равной 80%, три — с вероятностью, равной 50%, и два — с вероятностью 90%. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, поразив цель. К какой из групп вероятнее всего принадлежал этот стрелок?
11. Игральная кость подбрасывается десять раз. Какова вероятность трехкратного выпадения шестерки?
12. По статистике, 30% из общего количества студентов, которым читается данный курс, сдают экзамен с первой попытки и в срок, 50% с первой попытки его не сдают, но успевают пересдать экзамен в течение основной сессии, а оставшиеся 20% либо вовсе экзамен не сдают, либо сдают его в допсессию. Известно, что среди студентов первой группы 95% успешно заканчивают свое обучение в университете, среди студентов второй группы эта величина составляет 60%, а среди тех, кто в основную сессию данный курс не сдал, доля получивших в итоге диплом составляет 20%. Определить процент студентов, успешно защищающих диплом, по отношению к общему числу поступивших студентов.