

1. (1) Вычислить интеграл

$$I = \int_0^1 \int_0^{x_1} \dots \int_0^{x_{m-1}} x_1 x_2 \dots x_m dx_1 dx_2 \dots dx_m.$$

Ответ не должен содержать многоточий.

2. Различными способами расставить пределы интегрирования в тройном интеграле

$$\int_0^1 \int_0^1 \int_0^{x^2+y^2} f(x, y, z) dz dy dx.$$

3. (1) Найти объём тела, ограниченного поверхностями

$$x + y + z = 4, z = 0, x = 3, x = 0, y = 2, y = 0.$$

4. (1) Вычислить интеграл

$$\iiint_D \frac{dx dy dz}{2a + z},$$

где D ограничена фигурами, заданными уравнениями $x^2 + z^2 = a^2$ и $y^2 + z^2 = a^2$.

5. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint_D \frac{z^4 + 1}{xy} dx dy dz,$$

где $D = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq y \leq 3x, 0 \leq z \leq 3(x + y) \leq 6z, 1 \leq 4z(x + y) \leq 4\}$,

а) (1) сделав замену переменных

$$u = \frac{y}{x}, v = \frac{x + y}{z}, w = z(x + y);$$

б) (1 дополнительный) другим способом.

Осознайте, что замена в пункте а) переводит область интегрирования в параллелепипед.

6. (1) Найдите площадь фигуры, ограниченной кривой

$$(x^2 + y^2)^3 = a^2(x^4 + y^4).$$