

Домашнее задание с 20.10.2017 на 10.11.2017

Для зачета по теме достаточно набрать 8 баллов.

1.1 (2 балла). Построить минимально возможный 3-связный граф G , в котором имеется пара несмежных вершин, соединенных между собой четырьмя попарно непересекающимися по внутренним вершинам путями.

1.2 (2 балла). Пусть G есть k -связный граф, диаметр которого равен d . Доказать, что количество n вершин в таком графе больше или равно $k(d-1)+2$. Для любого $k \geq 1$ и $d \geq 2$ построить k -связный граф, в котором это неравенство превращается в равенство.

1.3 (2 балла). Пусть G есть k -связный граф, а C и D есть два цикла в G максимальной длины. Для случаев $k = 2$ и $k = 3$ доказать, что C и D имеют по меньшей мере k общих вершин.

1.4 (1,5 балла). Пусть G есть $2k$ -связный граф, в котором имеется не более двух вершин нечетной степени. Доказать, что такой граф можно превратить в реберно k -связный орграф D , то есть что такой граф допускает реберно k -связную ориентацию.

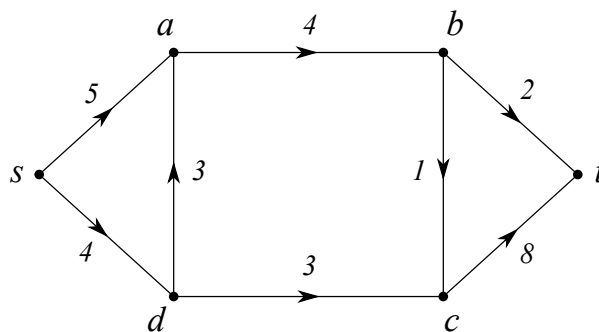


Рис. 1

1.5 (1 балл). Для сети, изображенной на рис.1, определить минимальный реберный разрез, а также предъявить максимальный поток в этой сети.

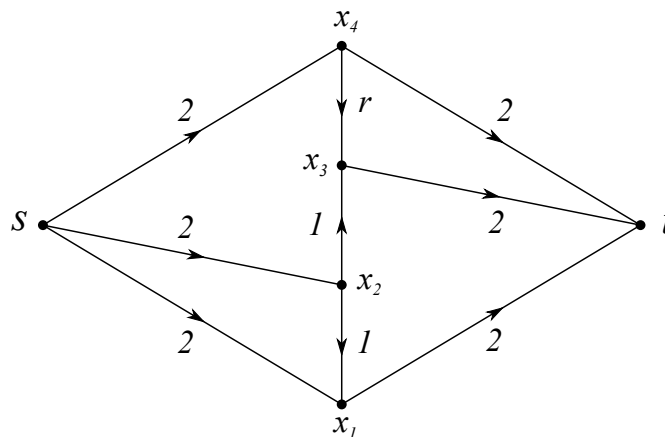


Рис. 2

1.6 (1 балл). Рассмотрим сеть, изображенную на рис.2. Величина пропускной способности ребра (x_4, x_3) равна $r = (\sqrt{5} - 1)/2$ и удовлетворяет уравнению вида $r^2 = 1 - r$. Будем искать максимальный поток в этой сети алгоритмом Форда-Фалкерсона. В качестве первого увеличивающего поток пути возьмём путь (s, x_2, x_3, t) . Затем будем увеличивать поток вдоль путей в следующем порядке: $p_1, p_2, p_1, p_3, p_1, p_2, p_1, p_3, \dots$, где $p_1 = (s, x_4, x_3, x_2, x_1, t)$, $p_2 = (s, x_2, x_3, x_4, t)$, $p_3 = (s, x_1, x_2, x_3, t)$. Показать, что при стремлении количества n итераций к бесконечности величина потока не будет стремиться к величине максимального потока в этой сети.

1.7 (1,5 балла). Для формирования ученого совета университета необходимо выбрать одного преподавателя от каждой из k университетских кафедр, k — натуральное число, делящееся на три. Один и тот же преподаватель может быть приписан к одной или нескольким кафедрам, но может быть выбран в ученый совет только от одной из них. На кафедре работают профессора, доценты и ассистенты. В ученый совет должно входить одинаковое количество преподавателей от каждой из этих трех групп. Описать алгоритм выбора преподавателей в ученый совет.