

# 1 Домашнее задание с 13.10.2017 на 27.10.2017

**1.1** (2 балла). Модифицировать описанный в последней задаче из практики алгоритм построения графа с  $\kappa(G) = k$  для случая нечетного  $k$  и четного  $n$ , а также для случая, когда оба эти параметра нечетные. Доказать, что и в этом случае связность полученных графов равна  $k$ .

**1.2** (1,5 балла). Доказать, что для любого простого графа  $G$  с  $\Delta(G) \leq 3$  реберная и вершинная связность совпадают. Что можно сказать о  $\kappa(G)$  и  $\lambda(G)$  в случае простого 3-регулярного графа?

**1.3** (1,5 балла). Граф называется кактусом, если каждый его блок представляет собой либо одиночное ребро, либо единственный цикл. В частности, любое дерево является кактусом. Предъявить кактусы, построенные на  $2k+1$  и  $2k$  вершинах соответственно и имеющие максимальное количество ребер. Доказать, что кактусы с большим количеством ребер при фиксированном  $k$  построить невозможно.

**1.4** (1 балл). Доказать, что любая вершина односвязного графа  $G$  имеет четную степень тогда и только тогда, когда любой блок  $B_i$  такого графа эйлеров.

**1.5** (1 балл). Доказать, что вершинно односвязный граф  $G$  является реберно  $k$ -связным тогда и только тогда, когда любой блок  $B_i$  такого графа реберно  $k$ -связный.

**1.6** (2 балла). Построить наименьший 3-регулярный граф  $G$ , для которого  $\kappa(G) = 1$ . Доказать, что построенный график действительно является минимальным.