

### Задание 9 (на 09.11).

**ML 48.** Можно ли в данной интерпретации провести элиминацию кванторов  $(Z, =, <, +, 0, 1)$ ?

**ML 49.** Пусть  $T$  теория следующего языка:  $\{<, R, B\}$ , где  $R$  (red) и  $B$  (blue) унарные предикаты.

$T$  содержит все аксиомы плотного линейного порядка без первого и последнего элемента, а также:

$$\forall xy \exists zw (x < z < w < y \wedge R(z) \wedge B(w))$$

$$\forall x (R(x) \vee B(x))$$

$$\forall x (R(x) \leftrightarrow \neg B(x)).$$

Докажите, что любые интерпретации данной теории на счетном множестве изоморфны.

Две интерпретации одной сигнатуры называются элементарно эквивалентными, если каждая замкнутая формула в первой интерпретации верна тогда и только тогда, когда она верна во второй.

**ML 50.** Будет ли интерпретация  $(\mathbb{N}, =, <)$  элементарно эквивалентна:  $(\mathbb{N} + \mathbb{N}, =, <)$ . (Две копии нат. чисел, все элементы из второй копии больше элементов из первой).

**ML 51.** Будет ли интерпретация  $(\mathbb{N}, =, <)$  элементарно эквивалентна:  $(\mathbb{N} + \mathbb{Z}, =, <)$ .  
А будут ли эти интерпретации изоморфны?

**ML 52.** Будет ли интерпретация  $(\mathbb{Q}, =, <)$  элементарно эквивалентна:

а)  $(\mathbb{Q} + \mathbb{Q}, =, <)$ ;

б)  $(\mathbb{Q} + \mathbb{R}, =, <)$ .

**ML 46.** Можно ли в данной интерпретации провести элиминацию кванторов  $(\mathbb{Q}, =, +)$ ? Если нет, то можно ли добавить какой-нибудь выразимый предикат так, чтобы с новым предикатом элиминация квантором стала возможной.

**ML 47.** Можно ли в данной интерпретации провести элиминацию кванторов  $(\mathbb{Q}, =, S)$ , где  $S$  — прибавление единицы? Если нет, то можно ли добавить какой-нибудь выразимый предикат так, чтобы с новым предикатом элиминация кванторов стала возможной.