

## Домашняя работа №3 по комбинаторике

9 октября 2012 г.

1. [1–] Найдите явную формулу для  $S(n, 3)$ .
2. [3] Докажите, что  $B(n) < n!$  при  $n \geq 3$ .
3. [2] Докажите следующее рекуррентное соотношение:

$$S(m, n) = \sum_{i=1}^m S(m-i, n-1)n^{i-1}.$$

4. [1+] Найдите явную формулу для  $S(n, n-2)$ .
5. [1] Мы положили 1000 рублей в банк под 5 процентов годовых. В начале каждого года мы кладем ещё 500 рублей на счет. Сколько денег на счете будет через  $n$  лет?
6. [2+] Космический зонд обнаружил, что органическое вещество на Марсе имеет ДНК, состоящее из пяти символов  $(a, b, c, d, e)$ ; четыре пары символов —  $ce, cd, ed, ee$  — никогда не встречаются в марсианских ДНК, однако любая цепочка, не содержащая этих пар, возможна. Порядок букв в цепочке важен, поэтому, например, цепочка  $bbdca$  возможна, а  $bbcda$  — нет. Найти рекуррентные соотношения, которым удовлетворяют эти цепочки слов; найденные соотношения можно пока не решать.
7. [2] Рассмотрим плоскость  $(x, y)$ . Предположим, что мы можем ходить по плоскости, делая шаг вверх ( $U$ ), шаг вправо ( $R$ ) и шаг влево ( $L$ ) на единицу длины так, чтобы шаг  $R$  не следовал за шагом  $L$  и наоборот (так называемые решёточные пути на плоскости). Пусть  $a_n, a_0 := 1$ , — число таких путей после  $n$  шагов. Найти  $a_n$ .