Задание 1 (на 10.02).

Языком будем называть подмножество множества конечных булевых слов. Язык $L \subseteq \{0,1\}^*$ разрешим алгоритмом A, если $A(x) = L(x)$.

$\boxed{\textbf{CC 1.}}$ Придумайте систему доказательств для языка алгоритмов, которые останавливаются хотя бы на одном входе.

$\boxed{\textbf{CC 2.}}$ Известно, что произведение матриц размера $n \times n$ можно посчитать за $O(n^\omega)$, где $\omega = 2.37\ldots$. Придумайте доказательство того, что произведение двух матриц размера $n \times n$ не ноль, которое можно проверить за $O(n^2)$.

$\boxed{\textbf{CC 3.}}$ Граф задан матрицей смежности. Как доказать, что он не двудольный? Доказательство должно проверяться за $O(V \log V)$, где V — число вершин в графе.

$\boxed{\textbf{CC 4.}}$ Хорновской формулой называется формула в КНФ, в которой в каждый дизъюнкт максимум одна переменная входит без отрицания. Предъявите полиномиальный алгоритм для определения выполнимости хорновских формул.

$\boxed{\textbf{CC 5.}}$ Рассмотрим язык выполнимых формул, где каждый клоз либо хорновский, либо состоит из двух литералов. Пусть у вас есть алгоритм A, который разрешает данный язык за полиномиальное время. Предъявите алгоритм, который разрешает любую КНФ формулу за полиномиальное время.

$\boxed{\textbf{CC 6.}}$ Пусть функции $f, g : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$ можно посчитать с использованием $O(\log(n))$ памяти (память считается только на рабочих лентах, входная лента доступна только для чтения, а по выходной ленте головка машины Тьюринга движется только слева направо). Докажите, что функцию $f(g(x))$ можно также посчитать с использованием $O(\log(n))$ памяти.

$\boxed{\textbf{CC 7.}}$ Рассмотрим язык графов с гамильтоновым циклом. Пусть у вас есть алгоритм A, который разрешает данный язык за полиномиальное время. Предъявите алгоритм, который по графу выдает гамильтонов цикл за полиномиальное время.

$\boxed{\textbf{CC 8.}}$ Пусть $L_1, L_2 \in NP$. Принадлежит ли объединение этих языков NP? А пересечение?

$\boxed{\textbf{CC 9.}}$ Покажите, что язык выполнимых формул в 2-КНФ принадлежит классу P.