

## Вопросы к экзамену

1. Алгебра: ортогонализация Грама-Шмидта, изоморфность линейных пространств.
2. Алгебра: собственные числа, собственные вектора и свойства вещественных симметричных матриц.
3. Алгебра: положительно определенные матрицы и квадратичные формы.
4. Анализ: скалярное произведение, норма, градиент, гессиан.
5. Анализ: выпуклость множества и функции, сильная выпуклость, условия первого и второго порядка.
6. Анализ: выпуклость эпиграфа и множества заданного неравенством. Опорная функция и представление выпуклого замкнутого множества.
7. Условия оптимальности первого порядка.
8. Метод множителей Лагранжа: формулировка и примеры.
9. Метод множителей Лагранжа: доказательство.
10. Лемма о чувствительности.
11. Условия Каруша-Куна-Такера для задач с ограничениями в виде равенств и неравенств.
12. Двойственная задача. Примеры.
13. Неподвижные точки. Теорема Банаха о сжимающем отображении.
14. Сходимость линейных рекуррентных процессов.
15. Метод бисекции, тернарный поиск, нижняя оценка для методов поиска.
16. Градиентный спуск: основные неравенства и сходимость для выпуклых функций.
17. Градиентный спуск: сходимость при использовании минимума по направлению или *backtracking line search*.
18. Градиентный спуск: сходимость в случае сильной выпуклости ( $f(x_k) \rightarrow f(x^*)$ ).
19. Градиентный спуск: сходимость в случае сильной выпуклости ( $x_k \rightarrow x^*$ ).
20. Матричные декомпозиции, решение СЛАУ с помощью декомпозиций, треугольные и ортогональные матрицы.

21. Метод Гаусса и  $LU$ -разложение.
22.  $LL^T$ -разложение для симметричных матриц.
23. Итеративные методы решения СЛАУ. Связь с градиентным спуском. Лемма Гершгорина и матрицы с диагональным преобладанием.
24. Метод сопряженных направлений: вывод метода со сложностью  $\mathcal{O}(n^2m)$ .
25. Метод сопряженных градиентов: вывод метода со сложностью  $\mathcal{O}(nm)$ .
26. Метод сопряженных градиентов: асимптотический анализ.
27. Метод тяжелого шарика (только формулировка) и метод Чебышёва (подробно).
28. Оптимальные методы градиентного спуска: вывод общей схемы.
29. Оптимальные методы градиентного спуска: вывод упрощенной схемы.
30. Метод Ньютона: описание и примеры.
31. Метод Ньютона: сходимость.
32. Субградиент и субдифференциал. Основные свойства. Примеры.
33. Связь субдифференциала и производной по направлению. Субдифференциал поточечного максимума.
34. Субградиент и условия Каруша-Куна-Такера.
35. Субградиентный спуск.
36. Проективный градиентный спуск: условия стационарности и свойства оператора проекции.
37. Проективный градиентный спуск: анализ сходимости.

†. Квадратичная форма, дифференцируемость многомерных функций, выпуклость функций и множеств, теорема о неявно заданной функции, условия ККТ, неподвижная точка, градиентный спуск, субградиент.