

## Вопросы к экзамену

1. Алгебра: ортогонализация Грама-Шмидта, изоморфность линейных пространств.
2. Алгебра: собственные числа, собственные вектора и свойства вещественных симметричных матриц.
3. Алгебра: положительно определенные матрицы и квадратичные формы.
4. Анализ: скалярное произведение, норма, градиент, гессиан.
5. Анализ: выпуклость множества и функции, сильная выпуклость, условия первого и второго порядка.
6. Анализ: выпуклость эпиграфа и множества заданного неравенством. Опорная функция и представление выпуклого замкнутого множества.
7. Условия оптимальности первого порядка.
8. Метод множителей Лагранжа для задач с ограничениями в виде равенств.
9. Лемма о чувствительности.
10. Условия Каруша-Куна-Такера для задач с ограничениями в виде равенств и неравенств.
11. Двойственная задача. Примеры.
12. Неподвижные точки. Теорема Банаха о сжимающем отображении.
13. Сходимость линейных рекуррентных процессов.
14. Сходимость нелинейных рекуррентных процессов.
15. Метод бисекции, тернарный поиск, нижняя оценка для методов поиска.
16. Градиентный спуск: основные неравенства и сходимость для выпуклых функций.
17. Градиентный спуск: сходимость для сильно выпуклых функций.
18. Метод Ньютона для задач оптимизации и уравнений. Примеры.
19. Сходимость метода Ньютона.
20. Матричные декомпозиции, решение СЛАУ с помощью декомпозиций, треугольные и ортогональные матрицы.
21. Метод Гаусса и  $LU$ -разложение.

22.  $LL^T$ -разложение для симметричных матриц.
23. Итеративные методы решения СЛАУ. Связь с градиентным спуском. Лемма Гершгорина и матрицы с диагональным преобладанием.
24. Метод сопряженных градиентов.
25. Оптимальные методы градиентного спуска: вывод общей схемы.
26. Оптимальные методы градиентного спуска: сходимость и вывод упрощенной схемы.
27. Субградиент и субдифференциал. Основные свойства. Примеры.
28. Субградиент поточечного минимума, субградиент математического ожидания.
29. Субградиент и условия Каруша-Куна-Такера.
30. Субградиентный спуск.
31. Проективный градиентный спуск: условия стационарности и свойства оператора проекции.
32. Проективный градиентный спуск: анализ сходимости.
33. Понятие барьерной функции и барьерный метод.
34. Стохастический градиентный спуск.
35. Покоординатный спуск.
36. Случайный поиск и рандомизированная стохастической аппроксимация.

†. Квадратичная форма, дифференцируемость многомерных функций, выпуклость функций и множеств, теорема о неявно заданной функции, условия ККТ, неподвижная точка, градиентный спуск, субградиент.