Задание .

CC 44. Покажите, что:

а) если $\mathbf{BPTime}[f(n)] = \mathbf{BPTime}[g(n)]$, то $\mathbf{BPTime}[f(h(n))] = \mathbf{BPTime}[g(h(n))]$, где f, g, h — конструктивные по времени, $f(n), g(n) \geq \log n$, $h(n) \geq n$ — возрастающая функция;

б) $\mathbf{DTime}[f(n)] \subseteq \mathbf{BPTime}[f(n)] \subseteq \mathbf{DTime}[2^{O(f(n))}]$;

в) $\mathbf{BPP} \subseteq \mathbf{BPTime}[n^{\log n}] \subsetneq \mathbf{BPTime}[2^n]$.

CC 45. Определим язык $\mathtt{QNR} = \{(y, m) \mid y$ не является квадратичным вычетом по модулю $m\}$, докажите, что $\mathtt{QNR} \in \mathbf{IP}$.

CC 49. Покажите, что:

в) если граф представляет собой шахматную доску с выбитыми клетками (вершины — клетки, ребра соединяют соседние клетки), то существует полиномиальный алгоритм, который считает число полных паросочетаний (подсказка: иногда вес ребра удобно взять комплексным).

CC 54. Докажите, что:

а) (снято, но если вдруг решили, то +3 задачи) язык простых чисел лежит в классе **UP**.

CC 55. Покажите, что существует такой оракул A и язык $L \in \mathbf{NP}^A$, что L не сводится по Тьюрингу к $3\mathtt{SAT}$, даже если сведение может использовать оракул A.

CC 57. Покажите, что $\mathbf{AM} = \mathbf{AM}_1$.

CC 59. Покажите, что если $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{P/poly}$, то $\mathbf{PSPACE} = \mathbf{MA}$ (подсказака: используйте $\mathbf{IP} = \mathbf{PSPACE}$).

CC 65. Докажите, что $\mathbf{MAM} = \mathbf{AM}$ (и $\mathbf{MAM}_1 = \mathbf{AM}_1$, данный факт можно использовать в задаче 57).

CC 66. Покажите, что $\mathbf{AM} \subseteq \Pi_2$.

CC 67. Пусть есть оракул, который считает перманент матрицы $n \times n$ над полем $\mathbb{F}$ верно для доли матриц $1 - \frac{1}{3n}$. Пусть $|\mathbb{F}| > 3n$). Докажите, что используя этот оракул можно построить вероятностный полиномиальный по времени алгоритм, который для каждой матрицы с большой вероятностью находит ее перманент.

CC 69. Пусть $\mathtt{GI}$ — $\mathbf{NP}$-полный язык. Докажите, что:

а) co$\mathbf{NP} \in \mathbf{AM}$;

б) $\Sigma_2 \in \mathbf{MAM}$

в) $\mathbf{PH} = \Sigma_2 \cap \Pi_2$.