

СПИСОК ВОПРОСОВ К КОЛЛОКВИУМУ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

АУ, первый семестр, осень 2016 года

ГЛАВА I. ВВЕДЕНИЕ

1. Множества: упорядоченная пара, декартово произведение, операции над множествами. Правила де Моргана.

2. Отношения: область определения, область значений, обратное отношение, композиция отношений, свойства, примеры.

3. Аксиомы вещественных чисел. Принцип математической индукции. Существование наибольшего и наименьшего элемента в конечном множестве. Следствия.

4. Принцип Архимеда. Следствия.

5. ! Супремум и инфимум. Определение и теорема существования. Характеристика супремума.

6. ! Теорема о вложенных отрезках. Существенность условий.

ГЛАВА II. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ Вещественных чисел

7. ! Монотонные и ограниченные последовательности. Два определения предела и их равносильность. Примеры.

8. ! Простейшие свойства пределов последовательностей (единственность предела, предельный переход в неравенстве, ограниченность).

9. ! Теорема о стабилизации знака и теорема о двух милиционерах. Следствия.

10. ! Предел монотонной последовательности.

11. Арифметические свойства пределов последовательности.

12. ! Бесконечные пределы. Бесконечно большие. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими. Аналоги теорем для бесконечных пределов.

13. Арифметические действия в $\overline{\mathbb{R}}$. Примеры.

14. Неравенство Бернулли.

15. ! Определение числа e .

16. Сравнение скорости возрастания последовательностей n^k , a^n , $n!$ и n^n .

17. Теорема Штольца (для неопределенности $\frac{\infty}{\infty}$). Сумма m -ых степеней натуральных чисел.

18. Теорема Штольца (для неопределенности $\frac{0}{0}$).

19. Подпоследовательности (определение и простейшие свойства). Теорема о стягивающихся отрезках.

20. ! Теорема Больцано–Вейерштрасса (в том числе и случай неограниченной последовательности).

21. ! Фундаментальные последовательности. Свойства. Критерий Коши.

22. Верхний и нижний пределы. Частичные пределы. Связь между ними.

23. Характеристика верхних и нижних пределов с помощью N и ε .

24. ! Сходимость рядов. Необходимое условие сходимости рядов. Примеры.

25. Простейшие свойства сходящихся рядов.

ГЛАВА III. ПРЕДЕЛЫ И НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИЙ

26. Окрестности и проколотые окрестности. Предельные точки множества.

27. ! Определения предела функций в точке. Простейшие свойства.

28. ! Равносильность определения предела по Коши и по Гейне.

29. Свойства функций, имеющих предел.

30. Арифметические действия с пределами.

31. ! Теорема о предельном переходе в неравенствах. Теорема о двух милиционерах.

32. Левый и правый пределы. Предел монотонной функции.

33. ! Критерий Коши для предела функций.

34. ! Определения непрерывных функций. Их равносильность.

35. Арифметические действия с непрерывными функциями. Непрерывность многочленов и рациональных функций.

ПРИМЕЧАНИЯ

Особо важные вопросы помечены восклицательным знаком.

Незнание хотя бы одной из следующих определений и формулировок влечет оценку “неудовлетворительно”: супремум и инфимум; предел последовательности и функции (в разных ситуациях и на разных языках); фундаментальные последовательности; критерий Коши для последовательностей и для функций; теорема о двух милиционерах для последовательностей и для функций; непрерывность.

Существенную часть вопросов примерно в таком же изложении можно найти в книге Виноградова и Громова “Курс математического анализа”, часть I.

А тут <https://stepik.org/course/716> можно найти видеозапись почти такого же курса лекций.