

Список тем и задач для подготовки ко второй контрольной работе.

Формула Тейлора, вычисление пределов с помощью формулы Тейлора, формула Тейлора функции, заданной уравнением. Теоремы о непрерывных функциях (теоремы Вейерштрасса, Больцано–Коши, Кантора–Гейне), теоремы о дифференцируемых функциях (лемма Ферма, теоремы Ролля, Лагранжа, Коши). Задачи на локальные и глобальные минимумы и максимумы, на поиск инфимумов и супремумов функций.

Примеры задач, которые могли бы попасть в контрольную:

1. Найдите предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - \ln(x + \sqrt{1 + x^2})}{x^5}.$$

2. Пусть непрерывная функция  $f$  удовлетворяет уравнению  $\sin(f(x)) + \operatorname{sh}^2(f(x)) = x$  в некоторой окрестности нуля и равенству  $f(0) = 0$ . Найдите разложение функции  $f$  в ряд Тейлора в точке 0 с точностью до  $o(x^4)$ .

3. Функция  $f$  дифференцируема на отрезке  $[1, 2]$ . Докажите, что найдется число  $t \in (1, 2)$ , такое что  $f(2) - f(1) = \frac{t^2}{2} f'(t)$ .

4. Найдите супремум и инфимум функции  $(x - 1)^{101} e^{-|x|}$  на  $\mathbb{R}$ .