

12 Домашнее задание

12.1 (1 балл). Вывести формулу для подсчета общего количества простых циклов в полном графе K_n .

12.2 (2,5 балла). Построить граф на пяти вершинах, имеющий в точности а) 1 цикл, б) 3 цикла, с) 6 циклов, д) 22 цикла, е) 13 циклов, ф) 12 циклов.

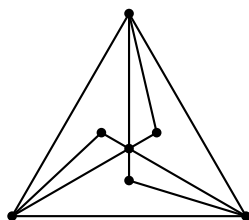


Рис. 1

12.3 (1 балл). Доказать, что в графе, изображенном на рис.1, гамильтонов цикл не существует.

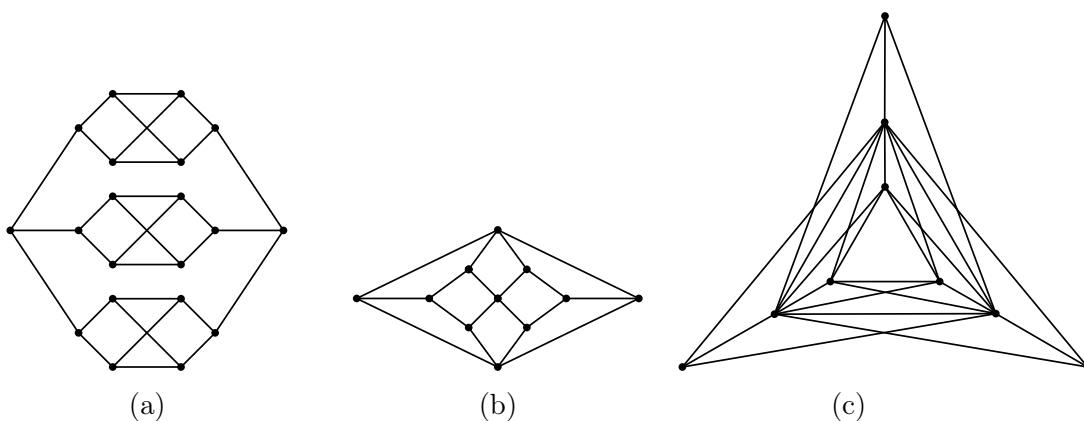


Рис. 2

12.4 (1 балл). Доказать, что в графах, изображенных на рис. 2, гамильтоновых циклов не существует.

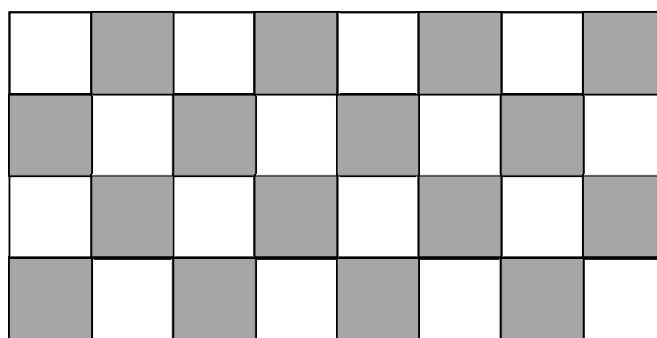


Рис. 3

12.5 (2,5 балла). Доказать, что в случае шахматной доски размерами $4 \times n$ (рис.3) невозможно конем обойти все клетки доски, проходя каждую клетку лишь один раз и вернувшись в ту клетку, с которой начался обход.

12.6 (2 балла). Доказать, что в графе Петерсена гамильтонов цикл не существует.

12.7 (1,5 балла). Доказать, что любой сильно связный турнир T , построенный на n вершинах, содержит циклы длины $3, 4, \dots, n$.

12.8 (2 балла). Пусть T есть турнир, построенный на 7 вершинах, каждая из которых имеет исходящую степень, равную трем. Доказать, что в таком орграфе найдутся два вершинно несвязанных цикла.

12.9 (1,5 балла). Найти одну из последовательностей де Брейна $B(3, 3)$ длины 27, построив предварительно орграф на девяти вершинах, в котором последовательности $B(3, 3)$ отвечает эйлеров цикл.