

# Полиномиальная иерархия.

27 Марта 2018

1. Докажите, что  $\Sigma_i SAT$  является полным языком в  $\Sigma_i^p$ .

**Подсказка:** Надо вспомнить док-во NP-полноты SAT.

2. Докажите, что  $\Sigma_i^p = \bigcup_c \Sigma_i Time(n^c)$ .

**Подсказка:** Нужно аккуратно понять определение.

3. Докажите, что если  $NP \subseteq DTime(n^{\log n})$ , то  $\Sigma_2^p \subseteq DTime(n^{\log^3 n})$ .

**Подсказка:** Здесь кажется надо просто сделать так же как в доказательстве P=PH, при предположении, что P=NP. Только при этом еще и мусора добавить, как мы это делали последнее время.

4.
  - Класс DP состоит из языков X, для которых существуют языки  $X_1 \in NP, X_2 \in coNP$  такие, что  $X = X_1 \cap X_2$ . Покажите, что язык EXACT INDSET принадлежит классу DP.

- Покажите, что  $NP, coNP \subseteq DP \subseteq \Sigma_i^p, \Pi_i^p$

- Покажите, что язык Y состоящий из пар формул  $(\phi, \psi)$ , где  $\phi$  – выполнимое 3-КНФ формула, а  $\psi$  – невыполнимая 3-КНФ формула. Покажите, что язык Y является DP-полным относительно полиномиальных сведений.

- Покажите, что EXACT INDSET тоже DP-полный язык.

**Подсказка:** 4.1-4.3 должны быть почти очевидны.

5. Покажите, что если язык A оракульно сводится к языку  $B \in \Sigma_i^p$ , то  $A \in \Sigma_{i+1}^p$ .

**Подсказка:** Очевидное утверждение, что если бы ваша машина знала ответы на свои вопросы, то ей бы и оракульный доступ не понадобился. Осталось только исполнить мечту и убедиться, что нас не обманывают.