

# Метод включения-исключения (ДЗ)

2 октября 2017 г.

1. Пусть наибольшее расстояние между городами  $W$ . Постройте алгоритм для задачи коммивояжера с временем работы  $2^n W$ , при этом разрешено использовать  $O(W)$  памяти.
2. Пусть  $\mathcal{U}$  — универсум и  $\mathcal{S}$  — множества подмножеств  $\mathcal{U}$ . Покажите, что количество разбиений  $p_k$  универсума может быть вычислено за следующее время, если разрешено пользоваться только полиномиальным размером памяти:
  - $2^n |\mathcal{S}| \text{poly}(n)$ , в предположении, что существует алгоритм перечисляющий элементы  $\mathcal{S}$  с полиномиальными интервалами.
  - $3^n \text{poly}(n)$ , если для любого  $S$  за полином можно проверить, что  $S \in \mathcal{S}$ .
  - $\sum_{j=0}^n \binom{n}{j} T_{\mathcal{S}}(j)$ , в предположении, что существует алгоритм использующий полиномиальную память и  $T_{\mathcal{S}}(j)$  времени, который для любого  $j$ -элементного подмножества  $W \subseteq \mathcal{U}$ , подсчитает количество множеств  $S \in \mathcal{S}$ , таких что  $S \cap W = \emptyset$ .
3. Постройте алгоритм с временем работы  $O^*(2^n)$ , который находит доминирующее число графа  $G$  (то есть максимальное  $k$ , что  $V(G) = U_1 \sqcup \dots \sqcup U_k$  и для любого  $i$  множество  $U_i$  является доминирующим множеством в  $G$ ).
4. Постройте алгоритм использующий полиномиальную память и находящий доминирующее число графа  $G$  (то есть максимальное  $k$ , что  $V(G) = U_1 \sqcup \dots \sqcup U_k$  и для любого  $i$  множество  $U_i$  является доминирующим множеством в  $G$ ).